Министерство образования и науки Российской Федерации МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (государственный университет) ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИЧЕСКОЙ И КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ Кафедра физики и технологии наноэлектроники

> На правах рукописи УДК 535.016

#### Миндерова Виктория Игоревна

# Исследование оптических характеристик резонансно-структурированного р-электрода на структурах СИД

## Выпускная квалификационная работа бакалавра

Направление подготовки 010900 «Прикладные математика и физика»

Заведующий кафедрой

В. В. Аристов

С. Ю. Шаповал

Научный руководитель

Студент

\_\_\_\_\_ В.И. Миндерова

г. Долгопрудный 2013

# Содержание

| 1.          | ВВЕДЕНИЕ  |    |
|-------------|---|----|
| 1.1         | 1. Актуальность работы                                | 3  |
| 1.2         | 2. Литературный обзор                                 | 3  |
| 1.3         | 3. Постановка задачи                                  |    |
| 2.          | ОБРАЗЕЦ И ЕГО ИЗГОТОВЛЕНИЕ                            |    |
| 2.1         | 1. Структура и размеры СИД                            | 11 |
| 2.2         | 2. Выбор образцов для исследования                    |    |
| 3.          | ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА                               | 16 |
| 3.1         | 1. Методика эксперимента                              |    |
| 3.2         | 2. Схема установки                                    |    |
| 4.          | ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И ИХ ОБРАБОТКА               | 19 |
| <b>4.</b> ] | 1. Экспериментальные данные                           |    |
| 4.2         | 2. Вывод формулы для анализа экспериментальных данных | 29 |
| 4.3         | 3. Обработка экспериментальных данных                 |    |
| 5.          | выводы  |    |
| 6.          | БЛАГОДАРНОСТИ   |    |
| 7.          | СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ                                     |    |

## 1. Введение

#### 1.1. Актуальность работы

В настоящее время около 2% всего мирового потребления энергии расходуется на освещение. Самым перспективным источником света являются светоизлучающие диоды (СИД), которые по разным оценкам займут больше трети рынка к 2030 году. Сейчас это только 1% используемых ламп, в основном используются лампы накаливания (70%) и флуоресцентные лампы (29%). Поэтому повышение энергоэффективности СИД – важная задача.

Эффективность СИД можно повысить, увеличивая вывод генерируемого излучения из структуры, который ограничен тремя факторами: собственным поглощением внутри полупроводника, полным отражениями. Существует различные внутренним и френелевским методики для увеличения внешнего квантового выхода светодиода, одна из которых основана на структурировании р-электрода. Таким образом, исследования оптических характеристик такой структуры являются крайне важными дальнейших разработок эффективных источников для излучения.

#### 1.2. Литературный обзор

Принцип действия светодиода основан на рекомбинации носителей в p-n переходе. При нулевом смещении часть электронов из n-области диффундирует в p-область и далее, pекомбинировав, ионизирует акцепторы (соответственно, дырки из p-области ионизируют доноры). Образуется область пространственного заряда и соответствующая контактная разность потенциалов ( $V_p$ ). Однако при приложении поля

(в прямом смещении), электроны инжектируется в р-область, а дырки соответственно в п-область, где они рекомбинируют с излучением фотонов, рождением фононов или с передачей избыточной энергии постороннему электрону (Оже-рекомбинация).



Рисунок 1.2.1. Состояние p-n перехода: при нулевом смещении (a), при прямом смещении (б)

Поэтому различают два вида рекомбинации – излучательная (с излучением фотона) и безызлучательная (с передачей энергии фонону или электрону). Для минимизации безызлучательной рекомбинации активную область поверхности полупроводника. Также необходимо отдаляют ОТ поддерживать высокую технологическую чистоту процесса роста структуры. При учёте всех этих эпитаксиального факторов достигается максимальный внутренний квантовый выход. Скорость бимолекурярной рекомбинации описывается уравнением:

#### R = Bnp,

где В - коэффициент бимолекулярной рекомбинации, n и p – концентрации электронов и дырок соответственно. Начиная с некоторой скорости рекомбинации, вследствие увеличения среднего квадрата напряжённости

поля излучения становится заметным вклад индуцированных переходов, что также увеличивает долю излучательной рекомбинации.

Активная область заключается между барьерными слоями с большей шириной запрещённой зоны (Рисунок 1.2.2). Она может быть трёхмерной, или на основе квантовых ям. В квантовой яме достигается высокая концентрация носителей заряда вследствие того, что они не могут покинуть квантовую яму пока высота потенциального барьера намного больше kT (Рисунок 1.2.3).



Рисунок 1.2.2. Схема двойной гетероструктуры с объёмной активной областью или активной областью в виде квантовых ям и двух ограничивающих барьерных слоёв



Рисунок 1.2.3. Энергетическое сечение гомогенного перехода (а) и

квантовой ямы (б)

В области с квантовыми ямами носители накапливаются в тонком слое, то есть создаётся их высокая концентрация, которая обуславливает увеличение внутреннего квантового выхода. Однако в таких структурах носители ограничены в перемещении от ямы к яме (происходит туннелирование через зазор из широкозонного материала), и заряд может быть распределён неравномерно по области.

Однако из структуры выходит не всё генерируемое излучение, часть его поглощается (реинкарнация квантов) на пути к выходу из светоизлучающей структуры, и часть отражается от поверхности выхода (за счёт полного внутреннего и френелевского отражений).

Способы повышения эффективности СИД за счёт увеличения вывода генерируемого излучения можно разделить на несколько направлений. Первое направление исследований составляют работы по развитию микротехнологии прозрачной подложки [8,10]. Второе направление состоит в придании светодиоду специальной формы. Третья ветвы исследований - интегрирование структур, сделанных по технологиям Данная работа первого И второго направлений. посвящена экспериментальному эффективности исследованию структур, изготовленных по технологии первого направления. Известно, что изготовление поверхности выхода светодиода в виде полусферы [11] или усеченной перевернутой пирамиды [12] позволило достигнуть двух-трёх кратного повышения эффективности СИД. Другой способ повышения СИД свойствах яркости основан на так называемой случайной поверхности и фотонных структур. В работе [14] предложена замена полусферической поверхности диода на планарную систему со случайно шероховатой поверхностью при сохранении на поверхности полусферической [15] случайное геометрии [11]. По данным наноструктурирование поверхности GaAs светодиода привело К увеличению внешней эффективности от 9 до 30%. Тот же метод, примененный к системе GaN, способствовал увеличению мощности

голубого диода на 62% (от 0.05 до 0.08 мВт на длине волны 0.47 мкм) [16]. Несмотря на то, что формирование случайной поверхности считается технологически простейшим методом увеличения эффективности СИД, даже в случае лучшего результата [16] морфология поверхности структуры неконтролируема и процесс формирования имеет несколько параметров, требующих оптимизации [7].

Увеличение эффективности при использовании фотонных кристаллов основано на эффекте фотонной запрещённой зоны [17]. Так, увеличение конуса выхода излучения может происходить за счёт преобразования неоднородных волн, бегущих по поверхности структуры, в однородные. Эффекты взаимной трансформации полей ближней и дальней зон на границе раздела, и эффекты приповерхностного и объемного рассеяния электромагнитных волн в неоднородных диэлектрических средах известны давно и исследовались такими учёными как Ньютон, Гюйгенс, Юнг, Верде, Био, Френель, Бабине, Стокс, Биллет и Квинке (например, обзор [12] или [13]). В оптическом эксперименте Квинке (Рисунок 1.2.4) демонстрируется трансформация неоднородной волны вблизи границы раздела двух диэлектрических сред, возникающей при полном внутреннем отражении падающей волны, в однородную волну с помощью пробного диэлектрического клина.



распространяющаяся волна

# Рисунок 1.2.4. Преобразование неоднородной волны полного внутреннего отражения в распространяющуюся волну (эксперимент Квинке)

Взаимная трансформация указанных волн обуславливает, В частности, аномалии коэффициента отражения электромагнитного поля от периодической поверхности, которые наблюдались еще Вудом на отражающих оптических дифракционных решетках [7]. По тому же механизму формируется край частотной зоны "блеска" (почти полное отражение падающих волн) в спектрах прохождения фотонных кристаллов (см., например, [8]). До недавнего времени не существовало единого подхода к решению задачи рассеяния электромагнитных волн на поверхностных диэлектрических структурах. Задача прохождения излучения через периодическую объёмную поверхность рассматривается в работе [2]. Рассеяния на двумерной объёмной структуре описывается методом «трансфер матриц» (матриц переноса). Согласно этому методу рассеивающую среду виртуально расслаивают на слои отдельных рассеивателей, после чего, зная характеристики для бесконечно тонкого слоя, вычисляются характеристики всей структуры. Для нахождения коэффициента отражения структуры записывается матричное уравнение Риккати [4], численно решая которое можно подобрать резонансные на минимум отражения параметры структуры. Задача о подборе наилучших параметров структуры условно может быть разделена на две подзадачи:

распределения плотности тока под областью оптимизация p И минимизация коэффициента отражения. Рассчитанные характеристики для светодиодов со структурированным в виде двумерной дифракционной решётки контактом [3] приведены на Рисунках 1.2.5 и 1.2.6. На Рисунке 1.2.5 приведён расчет отношения плотностей тока в области р-п перехода в центре ячейки контакта  $(j_1)$  и под направляющей решетки  $(j_2)$  при напряжении на контакте – решетке 1 (кривая 1), 1.5 (2) и 3В (3). Ширина направляющих решетки 0.1 мкм. На Рисунке 1.2.6 приведён расчет отражения по мощности ТЕ и ТН поляризованной нормально падающей плоской монохроматической (длина волны 0.18 мкм) волны от полосковой Au решетки в зависимости от величины зазора ( $d\ell$ ) между направляющими решетки, толщиной 0.1 мкм и шириной 0.1 (сплошные линии) и 0.2 мкм (пунктирные линии).



Рисунок 1.2.5. Зависимость отношения плотности тока под направляющими решётки и в середине структуры от периода



# Рисунок 1.2.6. Зависимость отражённой энергии от величины зазора в сетке

По приведённым на графиках зависимостям наилучшие параметры были определены для структуры с периодом L=1.0 мкм при величине зазора dl=0.9мкм. Важно отметить, полученные расчётные значения что глубины протрава GaN параметров также зависят ОТ между полосками сетки. В расчётах предполагалось, металлическими что величиной поглощения можно пренебречь, так как по экспериментальным данным, полученным для тонких плёнок (50-100 ангстрем) из золота и серебра, поглощение мало. Однако если учитывать все параметры структуры, уравнения значительно усложняются и вычисления начинают требовать очень больших вычислительных ресурсов, для проведения которых необходимо большое количество времени и сил.

#### 1.3. Постановка задачи

Таким образом, проанализировав литературу, мы пришли к выводу, что задачу о прохождении света через структурированный р-электрод, осложнённую таким количеством параметров, необходимо решать

экспериментально. Целью настоящей работы является создание методики фотометрических измерений и проведение самих измерений для исследования резонансных свойств структурированного р-электрода в проходящем свете.

## 2. Образец и его изготовление

#### 2.1. Структура и размеры СИД

Рассматриваемый нами светодиод выращен на сапфировой подложке в MOCVD. Для формирования гетероструктуры использовался метод газофазной эпитаксии. Мезаструктура кристаллов формировалась с помощью электронной литографии и травления ЭЦР плазмой.

Светодиод состоит из буфферного слоя (GaN), n<sup>+</sup>-слоя (GaN:Si), nслоя (GaN:Mg), n<sup>+</sup>-слоя (сверхрешётка AlGaN/GaN), активной области с квантовыми ямами (InGaN/GaN), p-слоя (AlGaN:Mg) и приконтактного pслоя (GaN:Mg), выращенных на сапфировой подложке. Сечение структуры и толщины слоёв приведены на Рисунке 2.2.1 и в Таблице 2.2.1.



Рисунок 2.2.1. Сечение структуры СИД

| Слой                           | Толщина       |
|--------------------------------|---------------|
| p GaN                          | 180 нм        |
| p AlGaN                        | 18 нм         |
| InGaN/GaN (активная область)   | 40 нм (общая) |
| n GaN                          | 50 нм         |
| n+ AlGaN/GaN                   | 130 нм        |
| n GaN                          | 500 нм        |
| n+ GaN                         | 2100 нм       |
| Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 1100 нм       |

Таблица 2.2.1. Толщины слоёв структуры

Латеральная структура светодиода приведена на Рисунке 2.2.2. Он выполнен в форме подковы диаметром 55 мкм. Ширина плеча подковы выбрана 13 мкм из расчёта, что она должна быть соизмерима с периодом сетки (порядка 1 мкм) и на этой ширине должно помещаться хотя бы 10 полосок (толщина 0,1 мкм). В сердцевине «подковки» располагается омическая металлизация п-контакта диаметром 19 мкм, с подводящей дорожкой (ширина 5 мкм). Диаметр рабочей части светодиода – 47 мкм.



Рисунок 2.2.2 Изображение СИД, полученное с помощью микроскопа

#### 2.2. Выбор образцов для исследования

В первой серии наших экспериментов мы провели фотометрические измерения на группе образцов с периодами решетки L = 0.36, 0.54, 0.72,0.90 мкм. Из этих четырёх структур, образцы с периодами L=0.36 мкм и 0.72 мкм были выполнены в соответствии с параметрами, полученными в результате теоретических расчётов на достижение минимума коэффициента отражения света от структуры р-электрода. Параметры выбирались в соответствии с расчётами, упомянутыми конце В Главы 1.2 [3], однако в нашем случае резонансные параметры были сдвинуты из-за разницы в глубине протрава между металлическими полосами дифракционной решётки.

Для оценки излучения, проходимого непосредственно через сетку, были измерения фотонов с диафрагмой, проведены потока ограничивающей выход из близлежащих с сеткой областей, и без неё. Затем вычислялся поток через сетку, принимая, что распределение потока, проходящего через область исключающую сетку, одинаково для разных постоянных решётки (при прочих равных параметрах). Диаметр диафрагмы равнялся 0.33мм. Отношение числа фотонов, проходящих через сетку (решётку)  $\Omega$ , полученное в результате аппроксимации, к полному количеству фотонов f(R) в зависимости от периода решётки L представлено на Рисунке 2.2.5. В график также включена точка (0.1, 0), добавленная из рассуждений, что при периоде равном 0.1 мкм (толщина нитей), свет не будет проходить через сетку.

Излучение, принимаемое фотометрическим кубом, можно разделить на поток квантов, выходящий через сетку и выходящий через область вокруг неё. Распределение последнего потока вдоль радиуса подложки не зависит от периода решётки и при прочих равных условиях одинаково,

поскольку его поле определяется рассеянием на основании сапфировой подложки и поглощением на алюминиевом зеркале. Таким образом:

$$\Omega + f_{o} = f(\rho),$$

где  $\Omega$  - излучение, проходящее через сетку;  $\rho$  - диаметр диафрагмы;  $f(\rho)$  - поток излучения, выходящий с площади радиусом  $\rho$ ;  $f_{\rho}$  - поток, выходящий через область радиусом  $\rho$ , исключающую сетку. Аналогично, для полного потока квантов, измеряемого без диафрагмы выполняется:

$$\Omega + f_R = f(R) \, .$$

Поэтому исходя из вышесказанного, о независимости распределения рассеянного излучения от периода сетки, получаем:

$$\frac{f(\rho) - \Omega}{f(R) - \Omega} = \frac{f_{\rho}}{f_R} = c = const \text{ (inv)}.$$

Используя это отношение мы можем вычислить  $\Omega$  по измеренным  $f(\rho), f(R)$ . Инвариант *с* мы получили экспериментально для решётки 0.9 мкм, используя аппроксимированное  $\Omega$  и напрямую измеренные  $f(\rho)$  и

$$f(R)$$
 ( $\frac{f_{\rho}}{f_R}$  = 7.63; 8.12; 8.30 для токов I=1; 5; 10 мА, Таблица 4.3.1). Таким

образом, получаем:

$$\Omega = \frac{f(R) - cf(\rho)}{1 - c}$$
, где с = inv.





(в) Рисунок 2.2.5. Зависимость процента фотонов, проходящих через сетку от периода решётки для токов I=1mA (а), I=5mA (б), I=10mA (в)

0.5 L, μ

0.3

•

0.7

2.5

0.9

2.5

0.1

Из представленных графиков видно, что наибольший выход наблюдается из структуры 0.90 мкм. Также видно, что структуры с резонансно-рассчитанными периодами L = 0.36, 0.72 мкм укладываются на представленные зависимости и, следовательно, не проявляют резонансных свойств на прохождение квантов света. Ввиду сложности фотометрических измерений для дальнейших исследований была выбрана структура с периодом L = 0.90 мкм, которая обеспечивала наибольший поток квантов. Данный выбор очевиден с точки зрения значительного уменьшения светового сигнала при диафрагмировании светового поля.

## 3. Постановка эксперимента

#### 3.1. Методика эксперимента

Так как латеральные размеры сетки много больше, чем расстояние до квантовой ямы, можно считать, что половина генерируемого излучения (идущая «вверх») падает на сетку. Отражённое от сетки излучение в сумме с оставшейся половиной излучения распространяется в направлении от сетки («вниз»). Далее часть этого суммарного потока попадает в пространство плоского волновода, ограниченного плоскостями GaN/воздух и GaN/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, и уходит на бесконечность (край пластины). Оставшаяся часть проходит через границу GaN/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> после чего выходит через шероховатое основание сапфировой пластины и попадает на алюминиевое зеркало. Попадая в пространство между алюминиевым зеркалом и сапфиром, поток излучения претерпевает многократное отражение и рассеяние. Из нижней точки структуры наибольший телесный угол, под которым видна сетка, близок к 0.12 радиан, что означает, что большая часть отражённого излучения выходит через около лежащие области излучающей структуры. Поскольку большая часть излучения не проходит через структурированный р-электрод, для фотометрических

измерений использовался ряд диафрагм для ограничения поля рассеянного излучения. Затем полученные данные аппроксимировались до диаметра исследуемого СИД.

Необходимо также учесть, что входное отверстие спектрометра углубленно на 1.75 мм. Для приведения в расчётах излучающей поверхности к калибровочной плоскости в интегральной сфере, проводились перекрестные серии измерений при восьми различных высотах (h) от входного отверстия (Рисунок 3.1.1).

При выполнении центральных серий наших измерений выбиралась структура, расположенная вблизи центра сапфировой пластины. Далее выбранный образец помещался на оптическую ось фотометрической системы. Объектив панакратического микроскопа наводился точно по центру выбранного образца. Затем устанавливалась диафрагма нужного калибра: 0.33, 0.5, 0.6, 0.8, 1.5, 2.5, 3.5, 5.0, 7.0, 9.5 мм. Лапки подвижных полированным основанием, 40×30 контактов с площадью МКМ, устанавливались на контактные площадки, и подавалось питающее напряжение. Образец выдерживался при максимальном токе I = 10 мА в течение 5 минут. Таким образом, приготовленный образец был пригоден для начала серии измерений.

В ходе фотометрических измерений были проведены три перекрёстные серии, а именно снимались зависимости потока излучения от тока, радиуса диафрагмы и расстояния между излучающей площадкой и калибровочной плоскостью (Рисунок 3.1.1).



Рисунок 3.1.1. Профиль расположения спектрометра над приконтаченной структурой СИД

## 3.2. Схема установки

На светоизлучающий диод с помощью источника постоянного напряжения подавалось напряжение в диапазоне от 0 до 25 В. Ток, текущий через структуру, измерялся падением напряжения на нагрузочном резисторе сопротивлением 1 кОм.



Рисунок 3.2.1 Электрическая схема измерительной установки

Были проведены серии измерений спектра излучения структуры для токов I = 1, 5, 10 мА. В каждой серии на структуру устанавливалась диафрагма (диаметром от 0.33 до 9.5 мм), и расстояние до входного отверстия спектрометра от которой менялось в диапазоне от 3 до 18 мм. Измерения проводились с помощью интегрирующей сферы Ocean Optics HR2000.



Рисунок 3.2.2. Фотография приконтаченного светодиода с установленной диафрагмой до (а) и после (б) установки интегрирующей сферы

## 4. Экспериментальные данные и их обработка

#### 4.1. Экспериментальные данные

Вольт-амперная характеристика светодиода, измеренная при напряжениях от 0 до 15 В, представлена на Рисунке 4.1.1. Минимально различимый в данной экспериментальной установке ток I = 0.5 нА был зафиксирован при напряжении U = 1.645 В, что соответствует сопротивлению диода равному R = 3.29 ГОм. Далее при повышении напряжения происходило уменьшение сопротивления. При напряжении U = 2.72 В наблюдается

генерация света на длине волны, которая соответствует ширине запрещённой зоны в MQW (Multiplied Quantum Well). Начиная с напряжения U = 12 B, начинается крутой подъём BAX, в конце которой сопротивление структуры достигает R = 1.44 кОм.



Рисунок 4.1.1. ВАХ светодиода

На Рисунке 4.1.2 показана зависимость внешнего квантового выхода v от тока светодиода I, представляющая собой кривую с максимумом. В максимуме достигается плотность тока (под металлическими нитями сетки)  $j = 160 \text{ A/cm}^2$ . Внешний квантовый выход в процентах рассчитывается по формуле:

$$v = \frac{f(R)}{\frac{I}{e}} \cdot 100\%$$

где *f*(*R*) - полный поток квантов, выходящий из структуры при токе I. Для получения полного потока квантов измеряемая величина

аппроксимировалась к калибровочной плоскости, после чего значение потока увеличилось в 1.5 раза.



Рисунок 4.1.2. Зависимость внешнего квантового (%) выхода от тока (мА)

При исследованиях СИД наблюдалась неизотропность распространения излучения от источника вдоль поверхности сапфировой пластины, которую можно видеть на Рисунке 4.1.3 (ток I = 10 мА). Из Рисунка 4.1.3 также хорошо видна структура излучённого света.



Рисунок 4.1.3. Свечение СИД. На структуру наложен дополнительный экран Ø = 9.5 мм (а) и диафрагма Ø = 7.0 мм (б)

Для каждой серии измерений проводилась аппроксимация положения источника излучения к калибровочной плоскости куба (см. Рисунок 3.1.1). На Рисунке 4.1.4 представлена зависимость потока фотонов от расстояния до входного отверстия. Серия представлена для тока I= 1 мА с диафрагмой диаметром 0.33 мм.



Рисунок 4.1.4. Зависимость количества излучения от расстояния до входного отверстия спектрометрического куба

аппроксимацию, была Используя полученную построена зависимость потока излучения от диаметра диафрагмы для токов I = 1, 5,10 мА. На Рисунке 4.1.5 представлена центральная серия измерений, из были получены данные, которых позволяющие нам рассчитать коэффициент повышения вывода света структурированным р-электродом. Обработка результатов производилась на базе теории, описанной в Главе 4.2.





диафрагмы (I=10 мА)



Рисунок 4.1.5.(б) Зависимость потока квантов от диаметра диафрагмы (I=5mA)



Рисунок 4.1.5.(в) Зависимость потока квантов от диаметра диафрагмы (I=1мА)

Для наглядности была выполнена линеаризация оси ординат (Рисунок 4.1.6) и оси абсцисс (Рисунок 4.1.7).



Рисунок 4.1.6. Линеаризация оси ординат Рисунка 4.2.5(а)



Рисунок 4.1.7 Линеаризация оси абсцисс Рисунка 4.2.5(а)

Наилучшим образом зависимость аппроксимировалась функцией:

$$f(r) = a + b \cdot \left[1 - \exp(-2c \cdot r^{1})\right]$$

где  $a = f(0) = \Omega$  - поток квантов, выходящих через сетку светодиода; a + b = f(R) - полный поток квантов, выходящих из структуры, причём  $2c \cdot R >> 1$ . Тогда  $\beta = \frac{f(R)}{\Omega} = \frac{a + b}{a}$  - отношение потоков, описанное в Главе 4.2. Результаты аппроксимации приведены в Таблице 4.3.1.

В работе также были изучены спектры излучения диода, полученные на компактном спектрофотометре фирмы "OceanOptics". В ходе работы исходные спектры, полученные как зависимости от длины волны потока квантов приходящихся на единичный интервал длин волн (нм), были перенормированы и представлены в спектрометрической форме. Для получения такого представления мы использовали преобразование:

$$\frac{dW}{d\varepsilon} = \frac{dW}{d\lambda} \frac{d\lambda}{d\varepsilon}.$$

Поскольку  $\lambda = \frac{ch}{e\varepsilon}$ , то  $\frac{d\lambda}{d\varepsilon} = -\frac{\lambda^2}{\xi}$  ( $\xi = \frac{ch}{e} = 1240$  эВ\*нм). В спектральном представлении ось абсцисс преобразуется как  $\varepsilon = \frac{\xi}{\lambda}$ , а ось ординат преобразуется следующим образом:

$$\frac{dW}{d\varepsilon} = -\frac{dW}{d\lambda}\frac{\lambda^2}{\xi}$$

Для удобства представления спектры были пронормированы в амплитуде каждого пика на единицу. Как положение максимума, так полуширина пика излучения нашего светодиода зависят от величины протекающего тока. Как легко видеть на Рисунке 4.1.8, с увеличением тока происходит как сдвиг центра пика в сторону больших энергий, так и увеличение его полуширины.





разных значениях тока

Полуширины и центры полос были посчитаны по спектрам, приведённым на Рисунке 4.1.8, и представлены Рисунках 4.1.9 и 4.1.10 как зависимости от тока.



Рисунок 4.1.9. Зависимость положения центра пика от тока



Рисунок 4.1.10. Зависимость полуширины пика от тока

#### 4.2. Вывод формулы для анализа экспериментальных данных

Рассчитаем значение величины квантового выхода из нашей структуры.

Пусть F - полный поток излучаемый диодом. Как уже отмечалось в Главе 3.1, можно считать, что половина генерируемых квантов, распространяется в верхнюю полуплоскость и попадает на исследуемую сетку. Введём для структуры параметр У - коэффициент повышения структурированным р-электродом, вывода света И параметр *Р* - диэлектрическая эффективность. Параметр *Р* показывает долю света, которая проходит через границу GaN/воздух, в отсутствии какой-либо структуры на поверхности. Если считать поглощение пренебрежимо малым [2], то для числа фотонов выходящих через сетку можно записать:

$$\Omega = \frac{F}{2} P \Psi$$

где  $\Omega$  - поток квантов, проходящий через сетку. Однако оставшаяся часть света  $F\left(1-\frac{P\Psi}{2}\right)$  распространяется в нижнюю полуплоскость. Далее часть этого суммарного потока попадает в пространство плоского волновода, ограниченного плоскостями GaN/воздух, GaN/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и уходит на бесконечность (край пластины). Оставшаяся часть частично проходит через границу GaN/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> после чего выходит через шероховатое основание сапфировой пластины и попадает на алюминиевое зеркало. Попадая в пространство между алюминиевым зеркалом и сапфиром, поток претерпевает многократное излучения отражение И рассеяние. Отражаемый зеркалом рассеянный свет частично проходит через границу Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/GaN и далее выходит через поверхность GaN/воздух. Диаметр пластины R, в центре которой расположен светодиод, много больше диаметра диафрагмы  $\rho$ , а диффузно рассеяний свет затухает на радиусе относительно малом по сравнению с радиусом пластины. Тогда для общего потока квантов выходящего из пластины, на которой расположен светодиод, запишем:

$$f(R) = \lim_{r \to \infty} f(r) \,,$$

где R - диаметр пластины, f(r) - поток квантов, выходящих через площадь поверхности радиусом r, включающий также исследуемый объект. Часть же отражённого света запирается между границами GaN/воздух, GaN/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и распространяется как в волноводе за счёт превышения угла полного внутреннего отражения. Рассчитаем долю этих квантов по отношению к оставшемуся числу фотонов. Так как площадь сегмента сферы вырезаемого углом  $\theta$  равна:

$$S = 2\pi R^2 \sin^2 \theta = 2\pi R^2 \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} ,$$

где  $\varphi$  - угол между нормалью к границе раздела и волновым вектором. Тогда телесный угол, под которым распространяется запираемое излучение:

$$\Theta = \frac{S}{R^2} = 2\pi \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} \; .$$

И, соответственно, доля запираемых квантов равна доле  $\sqrt{1-\sin^2 \varphi}$  от телесного угла  $2\pi$ . Однако необходимо ещё учесть потери из-за не идеальности отражающего зеркала. Введём для этого коэффициент потерь  $\gamma$ , характеризующий поглощение алюминиевого зеркала (при  $\gamma=0$  потерь нет). Таким образом, часть рождающихся фотонов проходит через сетку, оставшееся излучение доходит до алюминиевого зеркала, и частично поглощается и отражается зеркалом. Далее излучение рассеивается на шероховатой поверхности сапфира, и возвращается к поверхности выхода GaN/воздух. Запишем уравнение энергетического баланса:

$$F = f(R) + F(1 - \frac{P\Psi}{2})\sqrt{1 - \sin^2 \varphi} + F(1 - \frac{P\Psi}{2})(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \varphi})\gamma$$
 4.1.

Далее найдём коэффициент  $\gamma$ , выяснив его физический смысл. Пусть *s* - коэффициент пропускания рассеянного света шероховатой границей, а *l* - среднеинтегральный коэффициент отражения, прошедшего через шероховатую поверхность света, поверхностью Al зеркала. С учётом многократных переотражений излучения запертого между границами алюминиевым зеркалом и шероховатым основанием сапфира, получаем коэффициент поглощения алюминиевым зеркалом:

$$s(1-l) + sl(1-s)(1-l) + s(l(1-s))^{2}(1-l) + \dots = \frac{s(1-l)}{1-l(1-s)}.$$

Учитывая это, для доли поглощённого света получаем:

$$F(1 - \frac{P\Psi}{2})(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \varphi})\gamma = \frac{s(1 - l)}{1 - (1 - s)} \frac{c}{4\sqrt{\varepsilon_{(Al_2O_3)}}} \int_0^R 2\pi n(r) r dr \qquad 4.2,$$

где *n*(*r*) - плотность квантов в Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. С другой стороны, для полного потока излучения, выходящего из пластины можно записать:

$$f(R) = \Omega + \frac{Pc}{4\sqrt{\varepsilon_{(GaN)}}} \int_{0}^{R} 2\pi n(r) dr$$

Учитывая также, что в силу формул Френеля коэффициенты отражения на границе раздела при прямом и обратном ходе лучей одинаковы, получаем:

$$\langle R \rangle = R_{Al_2O_3/GaN} = R_{GaN/Al_2O_3}.$$

Для падающего и отражённого потоков имеем:

$$\frac{cn_{Al_2O_3}(1-\langle R \rangle)}{4\sqrt{\varepsilon_{(Al_2O_3)}}} = \frac{cn(r)(1-\langle R \rangle)}{4\sqrt{\varepsilon_{(Al_2O_3)}}}, \quad \text{если } \gamma = 0.$$

Тогда разница между потоком, прошедшим из GaN в сапфир, и потоком, прошедшим из сапфира в GaN, очевидно, является поглощённым излучением:

$$\frac{cn_{GaN}\left(1-\left\langle R\right\rangle\right)}{4\sqrt{\varepsilon_{(GaN)}}}-\frac{cn_{Al_{2}O_{3}}\left(1-\left\langle R\right\rangle\right)}{4\sqrt{\varepsilon_{(Al_{2}O_{3})}}}=\frac{cn_{Al_{2}O_{3}}}{4\sqrt{\varepsilon_{(Al_{2}O_{3})}}}\frac{s(1-l)}{1-l(1-s)}$$

$$\frac{cn_{Al_2O_3}}{4\sqrt{\varepsilon_{(Al_2O_3)}}}\left(\frac{s(1-l)}{1-l(1-s)}+(1-\left\langle R\right\rangle)\right)=\frac{cn_{GaN}(1-\left\langle R\right\rangle)}{4\sqrt{\varepsilon_{(GaN)}}}$$

$$\frac{cn_{Al_2O_3}}{4\sqrt{\varepsilon_{(Al_2O_3)}}} = \frac{cn_{GaN}}{4\sqrt{\varepsilon_{(GaN)}}} \frac{(1-\langle R \rangle)}{(1-\langle R \rangle)+\xi}, \ \Gamma Д e \ \xi = \frac{s(1-l)}{1-l(1-s)}.$$

Перепишем уравнение 4.2 с учётом последнего выражения и  $F = \frac{2\Omega}{P\Psi}$ :

$$F(1-\frac{P\Psi}{2})(1-\sqrt{1-\sin^2\varphi})\gamma = \frac{(1-\langle R \rangle)\xi}{(1-\langle R \rangle)+\xi}\frac{c}{4\sqrt{\varepsilon_{(GaN)}}}\int_0^R 2\pi n_{GaN}rdr$$

Так как полный поток квантов состоит из излучения сетки и рассеянного поля

$$f(R) = \Omega + \frac{Pc}{4\sqrt{\varepsilon_{(GaN)}}} \int_{0}^{R} 2\pi n_{GaN} r dr,$$

получаем:

$$\frac{c}{4\sqrt{\varepsilon_{\text{(GaN)}}}}\int_{0}^{R}2\pi n_{GaN}rdr = \frac{f(R)-\Omega}{P}.$$

Тогда выражение 4.2 принимает вид:

$$F(1-\frac{P\Psi}{2})(1-\sqrt{1-\sin^2\varphi})\gamma = \frac{f(R)-\Omega}{P}\frac{(1-\langle R \rangle)\xi}{(1-\langle R \rangle)+\xi}$$

$$F(1-\frac{P\Psi}{2})(1-\sqrt{1-\sin^2\varphi})\gamma = \frac{\tau}{P}(f(R)-\Omega), \ \Gamma \exists e \ \tau = \frac{(1-\langle R \rangle)\xi}{(1-\langle R \rangle)+\xi}$$

Запишем уравнение 4.1 в виде:

$$f(R) + F\left[1 - \frac{P \cdot \Psi}{2}\right] \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} + \frac{\tau}{P} \cdot \left[f(R) - \Omega\right] = F.$$

$$f(\rho) = \frac{F}{2} \cdot P \cdot \Psi \implies F = \frac{2 \cdot \Omega}{P \cdot \Psi} \implies$$

$$\left[\frac{f(R)}{f(\rho)} + \frac{\tau}{P} \cdot \left(\frac{f(R)}{f(\rho)} - 1\right)\right] \cdot P \cdot \Psi = 2 \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{P \cdot \Psi}{2}\right) \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \theta}\right]$$

Введём обозначение  $\frac{f(R)}{\Omega} = \beta$ , тогда:

$$\left[\frac{f(R)}{\Omega} + \frac{\tau}{P} \cdot \left(\frac{f(R)}{\Omega} - 1\right)\right] \cdot P \cdot \Psi = 2 \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{P \cdot \Psi}{2}\right) \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \theta}\right].$$

Окончательно получаем формулу для вычисления коэффициента повышения вывода света структурированным электродом:

$$\Psi = \frac{2}{P} \cdot \frac{1 - \sqrt{1 - \sin^2 \theta}}{\beta + \frac{\tau}{P} \cdot (\beta - 1) - \sqrt{1 - \sin^2 \theta}}$$

$$4.3.$$

где  $\tau = \frac{\left(1 - \langle R \rangle\right) \cdot \frac{S \cdot (1 - L)}{1 - L \cdot (1 - S)}}{\left(1 - \langle R \rangle\right) + \frac{S \cdot (1 - L)}{1 - L \cdot (1 - S)}}.$ 

 $\langle R \rangle$  - средний коэффициент отражения света на границе GaN/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

Найдём необходимые нам величины *P*, *«R»*, S, *l*. Ниже приведена формула для коэффициента выхода фотонов, волновые векторы которых *k* направлены под углом *ф* к нормали на границе Коэффициент *G*(*ф*) усреднён по всем направлениям поляризации света:

$$G(\varphi) = 4\pi Bn \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \sqrt{1 - (n \sin \varphi)^2} \left[ \frac{1}{(\cos \varphi + n\sqrt{1 - (n \sin \varphi)^2})^2} + \frac{1}{(n \cos \varphi + n\sqrt{1 - (n \sin \varphi)^2})} \right]$$
  
где  $B = \frac{1}{2\pi}$ .

Для  $\lambda = 454$  нм на границе GaN/воздух получаем:  $n = 2.268 - \frac{0.033}{\lambda^2} \Rightarrow n = 2.108$ .

Коэффициент выхода света *Р* рассчитывается по формуле:

$$P = \int_{0}^{\arcsin(\frac{1}{n})} G(\varphi) d\varphi = 0.0985$$

Далее вычисляем коэффициент выхода света *S* из Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> в воздух. Для границы Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/воздух при n=1.780 получаем:

$$S = \int_{0}^{\arcsin(\frac{1}{n})} G(\varphi) d\varphi = 0.1494$$

Коэффициент отражения света от границы GaN/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>  $\left(n = \frac{2.1079}{1.780} = 1.1842\right)$ :

$$\left\langle \mathbf{R} \right\rangle = 1 - \frac{1}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{1}{n}\right)^2}} \int_{0}^{\arctan\left(\frac{1}{n}\right)} G(\varphi) d\varphi = 0.05225$$

В формуле для вычисления  $\langle \mathbf{R} \rangle$  выполнена перенормировка на часть светового потока, которая *не* попала в плоский волновод, заключённый между границами GaN/воздух и GaN/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

Далее вычисляем среднеинтегральный коэффициент отражения от алюминиевого зеркала с учётом всех направлений поляризации:

$$N(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{n_2^2 - k_2^2 + \sin^2 \phi + \sqrt{(n_2^2 - k_2^2 - \sin^2 \phi)^2 + 4n_2^2 k_2^2}} .$$

Введём обозначения:

$$N_{2}(\phi) = \sqrt{(N(\phi))^{2} - \sin^{2} \phi},$$
$$K_{2}(\phi) = \sqrt{(N(\phi))^{2} - |n_{2}^{2} - k_{2}^{2}|}.$$

Для коэффициентов отражения ТЕ (s) и ТН (p) поляризаций справедливо:

$$R_{s}(\phi) = \frac{(N_{2}(\phi) - \cos\phi)^{2} + (K_{2}(\phi))^{2}}{(N_{2}(\phi) + \cos\phi)^{2} + (K_{2}(\phi))^{2}}, R_{p}(\phi) = \frac{(N_{2}(\phi) - \sin\phi \cdot \tan\phi)^{2} + (K_{2}(\phi))^{2}}{(N_{2}(\phi) + \sin\phi \cdot \tan\phi)^{2} + (K_{2}(\phi))^{2}}R_{s}(\phi),$$
$$R_{2}(\phi) = \frac{1}{2}(R_{s}(\phi) + R_{p}(\phi)).$$

Используя справочные данные для алюминия при  $\lambda$ =500 нм (n<sub>2</sub> = 0.5, k<sub>2</sub> = 4.59), строим графическую зависимость коэффициента отражения от угла падения для длины волны 500 нм.



Рисунок 4.2.1. Зависимость коэффициент отражения от границы воздух/алюминий от угла падения света

Как можно видеть, наблюдается слабая зависимость коэффициента отражения от угла падения света на алюминиевое зеркало. Исходя из этого, коэффициент отражения от алюминиевого зеркала l = 0.84 был измерен для среднего угла падения света (60°). Измерение проводилось с помощью коммерческого диода, излучающего на длине волны 458 нм (длина волны исследуемого светодиода) в паре с фотодиодом ФД-24К и фокусирующей линзой. По справочным данным [24] для длины волны  $\lambda = 450$  нм коэффициент отражения от алюминиевого зеркала l = 0.86.

График  $\Psi(\beta)$  представлен Рисунке 4.2.2. зависимости на Повышению коэффициента выхода *Р* света через границу GaN/воздух  $1 \le \Psi \le (1/P) \approx 10$ . Понижению интервал значений: соответствует коэффициента выхода *P* света через границу GaN/воздух соответствует интервал значений:  $0 < \Psi < 1$ . Вертикальным маркером {9.48} обозначено отношение потоков  $\beta = 9.48$ , полученное в результате наших измерений для тока I = 5 мА (Глава 4.3). Из графика видно, что наш светодиод имеет коэффициент повышения выхода  $\Psi = 0.58$ . Для сравнения, коммерческий светодиод с использованием предельной линзы имеет  $\Psi = 2.61$ , рассчитанное по определению при Р = 0.2652. Диэлектрическая эффективность Р была получена аналогично Р для нашей структуры (Глава 4.2) при n = 2.108/1.486 = 1.419 (коэффициент преломления линзы равен 1.486). Такому значению  $\Psi$  для нашей структуры соответствует  $\beta = 2.68$ , mapkep {2.68}.



р-электрода Ψ(β)

#### 4.3. Обработка экспериментальных данных

Для вычисления коэффициента повышения вывода необходимо знать  $\Omega$ поток квантов, проходящий через структуру р-электрода радиуса  $\rho$ ; f(R) поток квантов, выходящий через всю поверхность GaN/воздух (лицевая поверхность сапфировой пластины). f(R) находим из фотометрических измерений,  $\Omega$  получаем из обработки Рисунка 4.2.5, аппроксимируя данные к диаметру излучателя и плоскости калибровки.

Следующая формула, полученная нами в Главе 4.2, позволяет вычислить искомый коэффициент повышения вывода света структурированным р-электродом:

$$\Psi = \frac{2}{P} \cdot \frac{1 - \sqrt{1 - \sin^2 \theta}}{\beta + \frac{\tau}{P} \cdot (\beta - 1) - \sqrt{1 - \sin^2 \theta}},$$

где 
$$\beta = \frac{f(R)}{\Omega}, \tau = \frac{(1-\langle R \rangle) \cdot \frac{S \cdot (1-L)}{1-L \cdot (1-S)}}{(1-\langle R \rangle) + \frac{S \cdot (1-L)}{1-L \cdot (1-S)}}.$$

| I, MA | $\Omega, 10^{13} Photons/cm^2s$ | $f(\mathbf{R}), 10^{13 \text{ Photons}/_{cm^2s}}$ | $\beta = \frac{f(R)}{\Omega}$ | $\frac{\Omega}{f(R)}$ 100% | $\frac{f_{\rho}}{f_{R}}$ |
|-------|---------------------------------|---|-------------------------------|----------------------------|--------------------------|
| 1     | 2.37                            | 20.07   | 8.47                          | 11.81                      | 7.63                     |
| 5     | 8.32                            | 79.86   | 9.60                          | 10.42                      | 8.12                     |
| 10    | 13.23                           | 132.60  | 10.02                         | 9.98                       | 8.30                     |

В результате обработки были получены следующие данные (Таблица4.3.1):

Таблица 4.3.1. Основные результаты измерений

В Таблице 4.3.1 за  $\Omega$  обозначен поток квантов выходящий через исследуемую сетку, f(R) - полный поток квантов выходящих из структуры,  $\beta = \frac{f(R)}{\Omega}$  - отношение потоков, и  $\frac{\Omega}{f(R)}$  100% - процент квантов выходящих через сетку от общего потока.

Таким образом, значения β для нашей структуры равняются 8.461, 9.467, 10.021 для токов I = 1, 5, 10 мА соответственно. Для значения  $\beta = 9.467$  (при токе I = 5 мА) на Рисунке 4.1.1 маркером отмечен соответствующий коэффициент повышения выхода света, равный Ψ = 0.58. Также, следует отметить, что значительная часть вышедшего излучения проходит не через сетку, так как из Таблицы 4.3.1 видно, что в среднем только 10% света поступает с области структурированного р-электрода. Из полученных данных можно предположить, что значительная доля излучения поглощается структурой р-электрода. На Рисунке 4.3.1 приведена зависимость коэффициента отражения света R от границы раздела сред вакуум/золото от угла падения света  $\phi$ , рассчитанная методом, представленным в Главе 4.2 при расчёте коэффициента отражения от границы воздух/алюминий. Оптические константы для золота для λ = 454 нм были высчитаны из данных для действительной части диэлектрической проницаемости є' и для мнимой є'', которые были взяты из работы  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_2 - i \cdot \varepsilon_2$ " [3]. Таким образом, для оптических констант находим ( $\hat{n_2} = n_2 - i \cdot k_2$ ):

$$n_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{(\varepsilon_2')^2 + (\varepsilon_2'')^2} + \varepsilon_2'}{2}}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{(\varepsilon_2')^2 + (\varepsilon_2'')^2} - \varepsilon_2'}{2}}$$

 $n_2 = 1.38, k_2 = 1.91.$ 



Рисунок 4.3.1. Зависимость коэффициента отражения R при падении на границу вакуум/золото под углом ф к нормали

Из этого графика видно, что значительная часть света поглощается при отражении от полированной поверхности золота. Более того, по современным данным [24] коэффициент отражения света (длины волны  $\lambda = 450$  нм) от золотых плёнок, полученных методом напыления, равен 37% в интервале углов падения от 0° до 45°. Экспериментальные данные для тонких плёнок (Глава 1.2), в случаях малого поглощения света, не применимы для нашего случая, поскольку толщина дифракционных полосок – 1000 ангстрем. По справочным данным [25] золотые плёнки толщиной 1000 ангстрем, полученные методом напыления, поглощают 66%, при этом пропуская около 3% света.

## 5. Выводы

- Из полученных результатов следует вывод, что ожидаемые резонансные свойства структуры, рассчитанные по отражению света, не проявились на прохождение света.
- 2. Такой результат может быть обусловлен вкладом некоторых неучтённых параметров, считаемых малыми в теоретических расчётах. Один ИЗ таких параметров поглощение \_ структурированным р-электродом проходящего через него излучения. Не учёт такого поглощения приведёт к ошибке и при вычислении коэффициента отражения от резонансной структуры.
- Учёт всех исходных параметров задачи требует значительных вычислительных ресурсов, поэтому экспериментальный подход к задаче крайне важен.

## 6. Благодарности

Хочу поблагодарить Ковальчука Анатолия Викторовича за постановку и куририрование в выполнении эксперимента, а также за предоставленные теоретические выкладки и помощь в обработке данных. Благодаря работе с Анатолием Викторовичем я приобрела важные навыки и знания, необходимые для выполнения научной работы, и выросла как специалист.

Также выражаю благодарность научному руководителю Шаповалу С. Ю., Барабаненкову М. Ю. за консультации и предоставленные расчёты оптических параметров сетчатого р-электрода, а также Холоповой Ю. В., Егорову В. А., Полушкину Е. А. и Митиной А. А.

## 7. Список литературы

- 1. Шуберт Ф.Е. Светодиоды, 2008
- Барабаненков М.Ю. Кинетика химической стадии ионно-лучевой модификации кремния и оптические мезоскопические эффекты в ионномодифицированных структурах - Черноголовка, 2009
- Барабаненков М.Ю., Сироткин Ю.В., Ковальчук А.В., Антонова Н.Е., Ганиев А.С., Полушкин Е.А., Холопова Ю.В., Шаповал С.Ю. Светоизлучающий диод с электродом в виде ленточной дифракционной решетки
- 4. Барабаненков М.Ю. Барабаненков Ю.Н. Метод уравнения Риккати: от диффракционной решётки к фотонным кристаллам
- 5. Розеншер Э., Винтер Б. Оптоэлектроника Москва, Техносфера, 2004
- 6. Kim T. et al., IEEE Photonics Technology Letters. 18, 1876 (2006)
- 7. Gessmann Th., Schubert E.F., J. Appl. Phys., 95, 2203 (2004)
- 8. Fletcher R.M. et al., J.Electron.Mater. 20, 1125 (1991)
- 9. Wierer J.J. et al., Appl.Phys.Lett., 78, 3379 (2001)
- 10. Carr W.N, Pittman G.E., Appl. Phys. Lett.. 3, 173 (1963)
- 11. Krames M.R. et al., Appl.Phys.Lett., 75, 2365 (1999)
- 12. Kato T. et al., J. Cryst. Growth., 107, 832 (1991)
- Schnitzer I., Yablonovitch E., Caneau C., Gmitter T.J., Appl. Phys. Lett., 62, 131 (1993)
- 14. Schnitzer I. et al., Appl. Phys. Lett., 63, 2174 (1993)
- 15. Huh Ch., Lee K.-S., Kang E.-J., Park S.-Ju., J. Appl. Phys., 93, 9383 (2003)
- Fan S., Villeneuve P.R., Joannopoulos J.D, Schubert E.F., Phys. Rev. Lett., 78, 3294 (1997)
- 17. Schubert E.F. et al., Science, 265, 943 (1994)
- 18. Reese C. et al, Appl. Phys. Lett., 78, 2279 (2001)
- 19. M.Khizar M. et al., Appl. Phys. Lett., 86, 173504 (2005)
- 20. Shakya J., Kim K.H., Lin J.Y., Jianga H.X., Appl. Phys. Lett., 85, 142 (2004)

- 21. Именков А.Н. и др., ФТП, 38, 1399 (2004)
- 22. Catchpole K.R., J.Appl. Phys., 102, 013102 (2007)
- 23. Сивухин Д. В. Общий курс физики 4 том Оптика
- 24. Аллен К.У. Астро-физические величины «МИР» 1977 р.125 (электронная версия)
- 25. Григорьев И.С., Мейлихов Е.З. Физические величины Энергоатомиздат, Москва, 1991