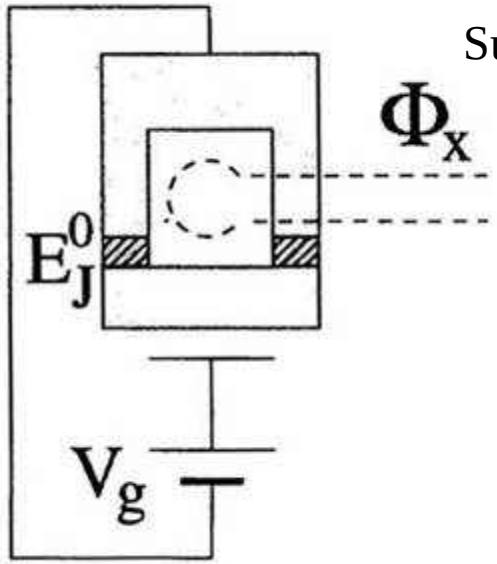
Сверхпроводниковые наноструктуры.

Charge quantum bit.



Superposition of quantum states

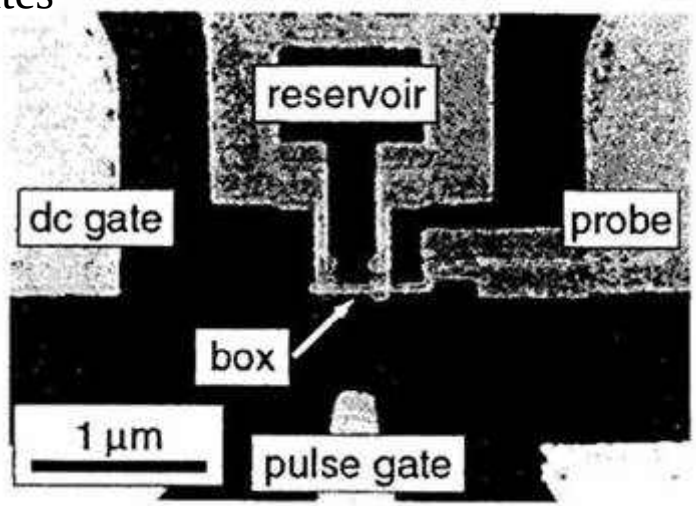
Ψ_1 - a state

Ψ_2 - a state

$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$

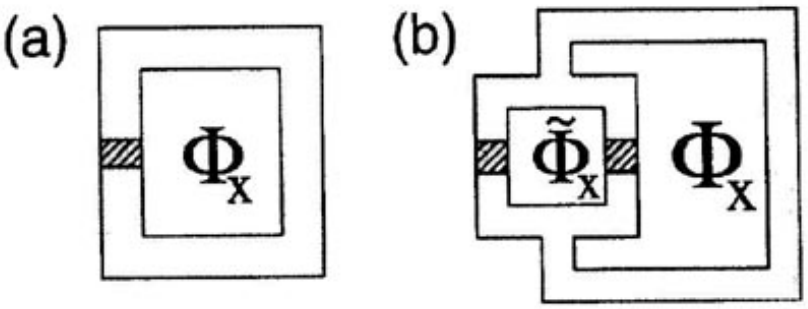
Ψ_1 - N pairs in the box

Ψ_2 - N+1 pairs in the box



Flux qubit.

$$\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$$



Ψ_1

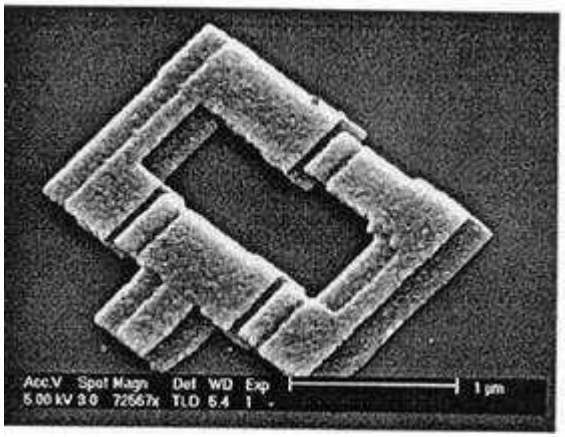
$$\oint_l dl \nabla j = 2pn$$

$$\oint_l dlv = \frac{2p\mathbf{h}}{m}\left(n - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) = \frac{2p\mathbf{h}}{m}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

Ψ_2

$$\oint_l dl \nabla j = 2p\,(n+1)$$

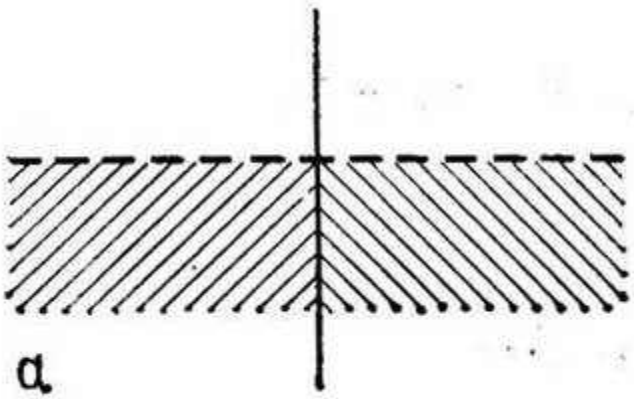
$$\oint_l dlv = \frac{2p\mathbf{h}}{m}\left(\frac{1}{2}\right)$$



Слабая сверхпроводимость.

Контакт сверхпроводник - нормальный метал.

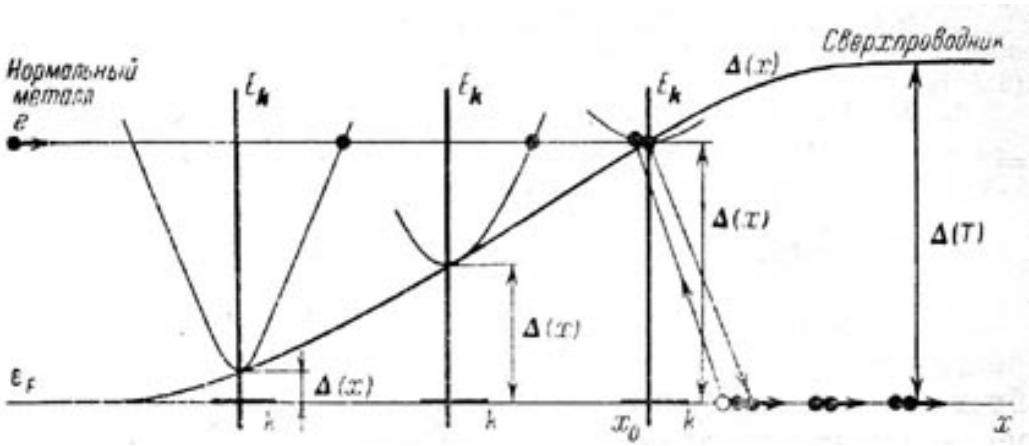
При контакте двух металлов их уровни Ферми в состоянии равновесия выравниваются.



При контакте нормального металла со сверхпроводником его уровень Ферми занимает положение в середине щели.

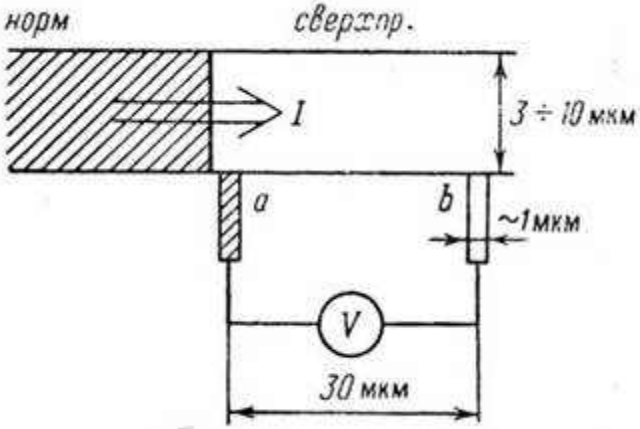
Андреевское отражение.

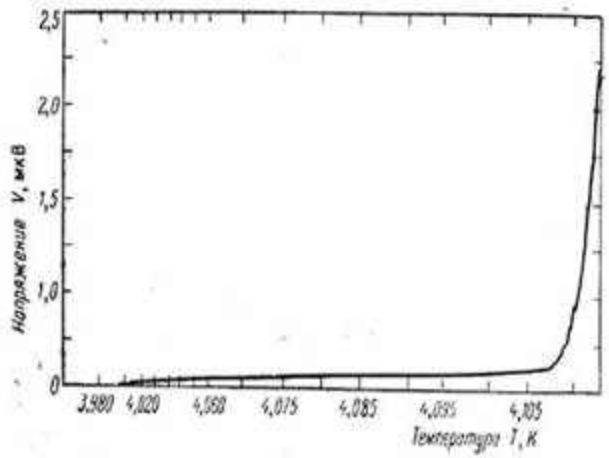
А.Ф. Андреев, ЖЭТФ 46, 182 (1964)

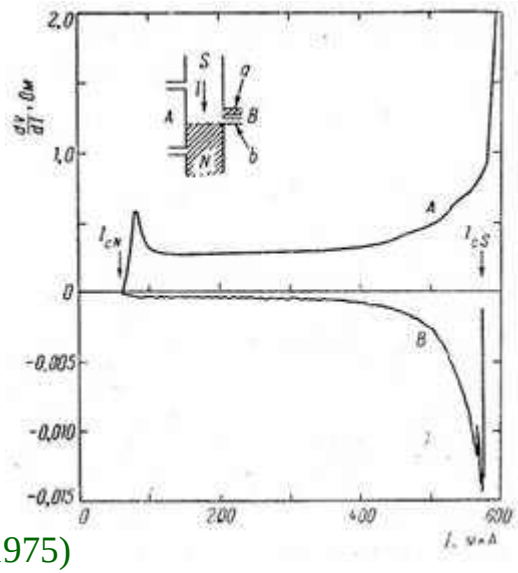


$$e_p \rightarrow (e_p + e_{-p}) + h_{-p}$$

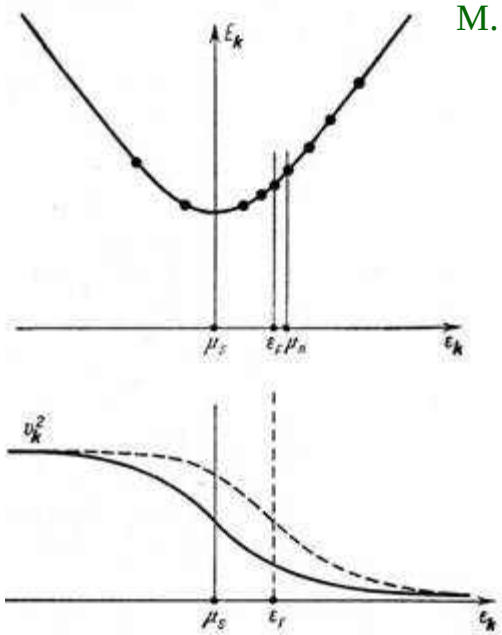
Неравновесное состояние сверхпроводника около границы с нормальным металлом.







M. L. Yu and J. E. Mercereau, *Phys. Rev. B* **12**, 4909 (1975)

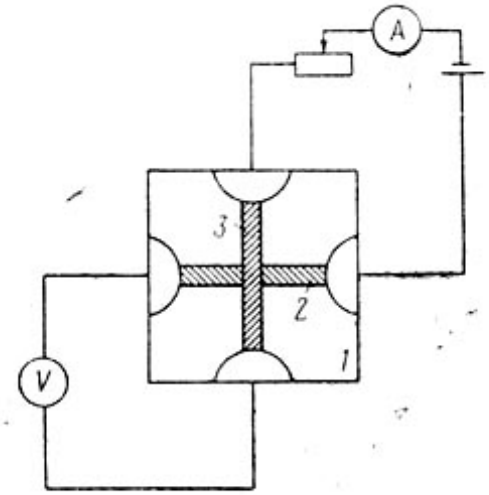


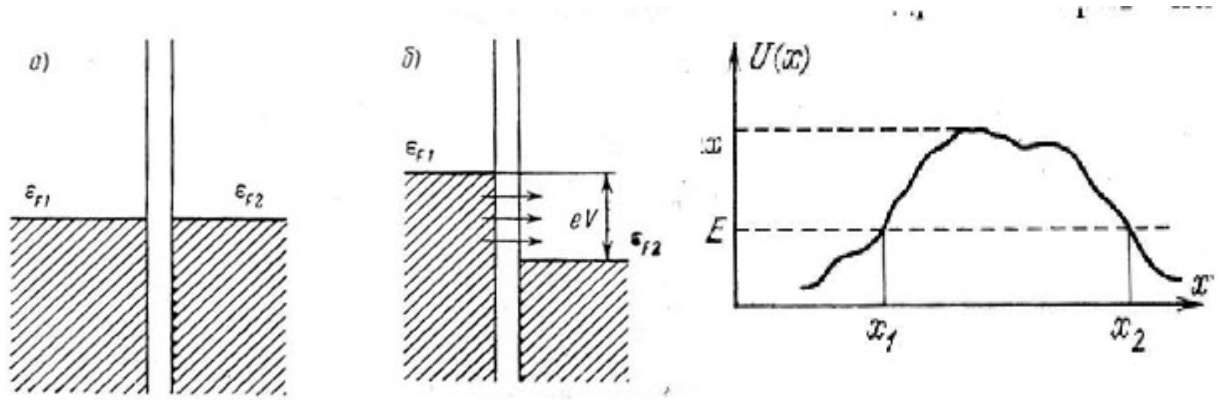
Вследствие разбаланса заселенности электронной и дырочной ветвей квазичастиц возникает заряд Q который приводит к изменению химического потенциала m_s пар $Q = 2eN_m(e_F - m_s)$. Из условия стационарности скорости сверхпроводящих пар следует постоянство их электрохимического потенциала $\tilde{N}(2ej + m_s) = 0$. Из этого следует выражение для электрического поля $E = -\tilde{N}j = (2e)^{-1}\tilde{N}m = -(2e^2N_m)^{-1}\tilde{N}Q$. Время релаксации заряда квазичастиц $t_Q = (4k_BT/pD)t_E$ ($t_E \gg 10^{-10}$ *сек*) и баланс определяется уравнением $div\, j_n = s\ div\, E = -Q/t_Q$. Из этого получается уравнение, определяющее уменьшение электрического поля с проникновением вглубь сверхпроводника $l_Q^2\tilde{N}^2E = E$ и глубину его проникновения $l_Q = (s\,t_Q/2e^2N_m)^{1/2} = (Dt_Q)^{1/2}$.

Туннельные эффекты в сверхпроводниках.

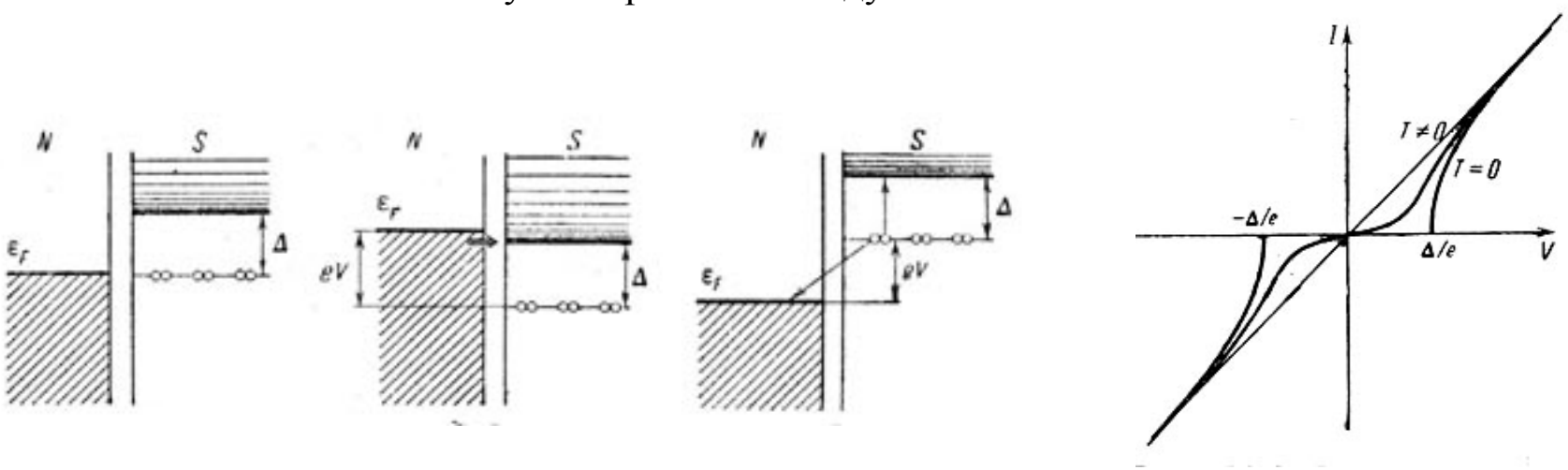
Туннелирование квазичастиц.

$$W \propto \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\int dx\,\mathrm{Im}(p_x)\right] = \exp\left\{-\frac{2(2m)^{1/2}}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2} dx[U(x)-E]^{1/2}\right\}$$



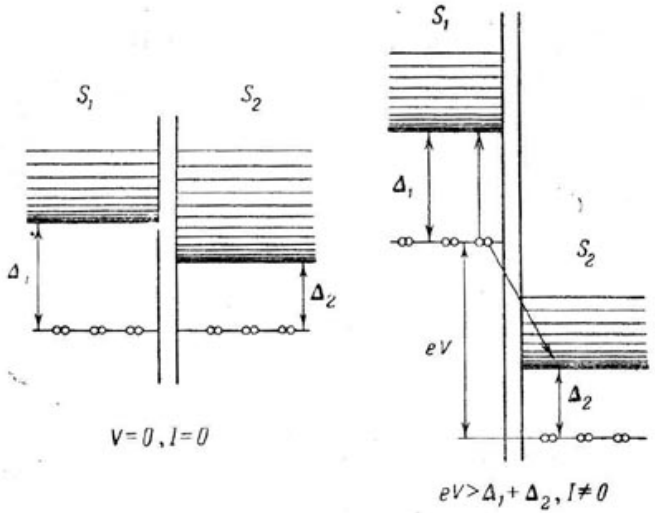


Туннелирование между металлами.

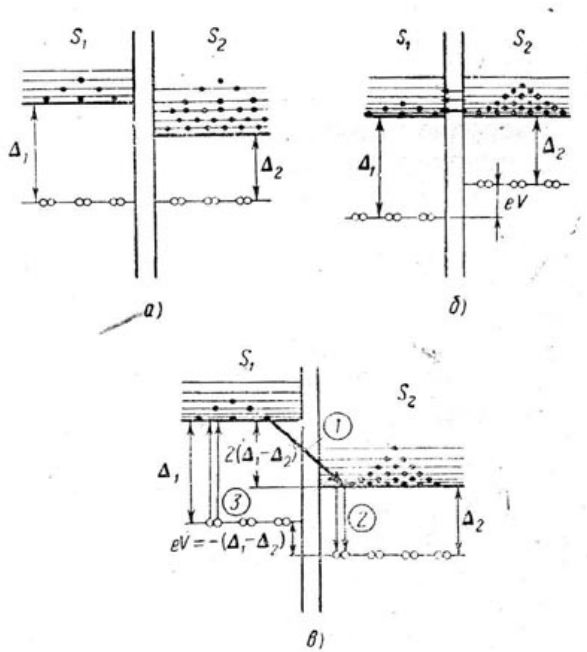


Туннелирование между металлом и сверхпроводником.

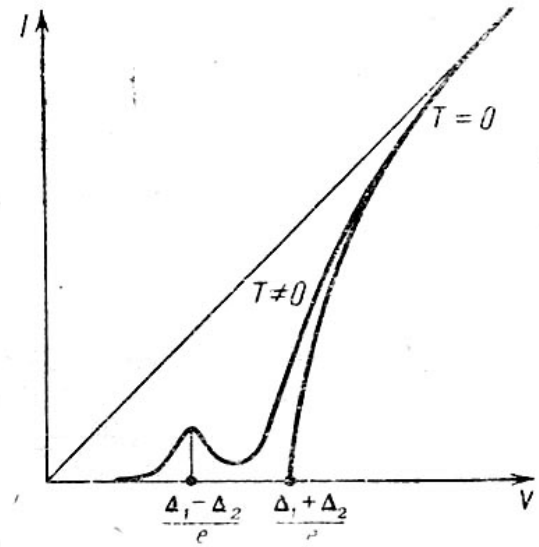
$$j/j_n = [(eV)^2 - D^2]^{1/2}/(eV)$$



Туннелирование между двумя сверхпроводниками при $T = 0$.



Туннелирование между двумя сверхпроводниками при $T > 0$.

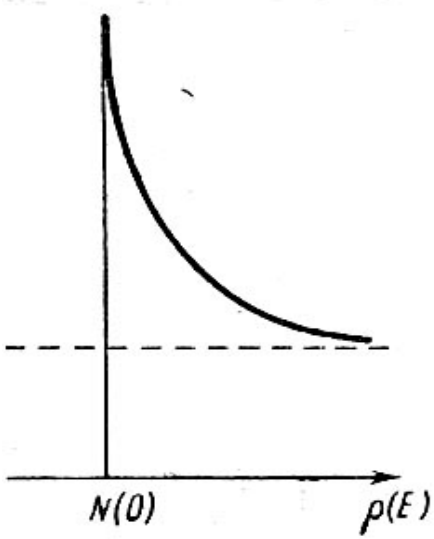


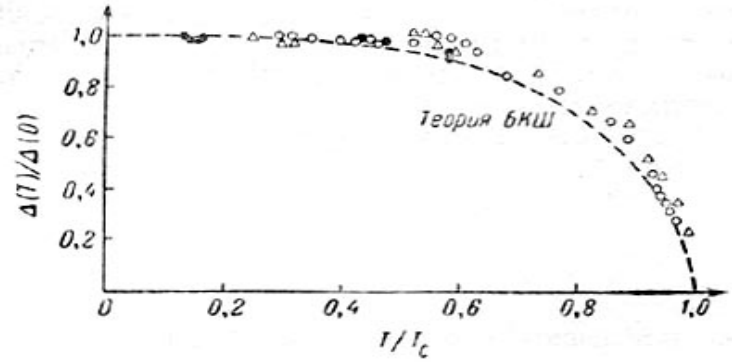
При конечной температуре наблюдается максимум тока при напряжении, соответствующем разности размеров щели в сверхпроводниках.

Величина тока имеет максимум при $V = (D_1 - D_2)/e$ так как плотность состояний квазичастиц возрастает на границе щели.

$$E = \sqrt{e^2 + \Delta^2}$$

$$N(E) = \frac{dn}{dE} = \frac{dn}{de}\frac{de}{dE} = N_m \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}$$

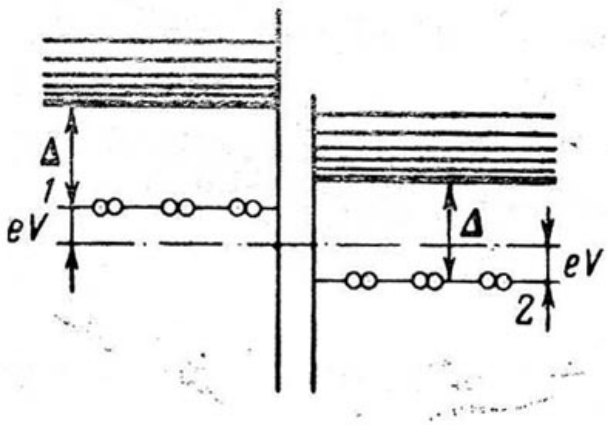




Туннельный эффект позволил измерить величину щели и ее зависимость от температуры.

I. Giaever and K. Megerle, *Phys. Rev.* **122**, 1101 (1961)

Туннелирование пар. Эффекты Джозефсона.



$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \sum_{r1,s1,r2,s2} \Psi^+_{s1}(r_1)\Psi^+_{s2}(r_2)V(r_1 - r_2)\Psi_{s2}(r_2)\Psi_{s1}(r_1)$$

$$W_1 = V(r_1 - r_2) < \Psi_{s2}(r_2)\Psi_{s1}(r_1) > \qquad W_2 = V(r_1 - r_2) < \Psi^+_{s2}(r_2)\Psi^+_{s1}(r_1) >$$

$$V(r_1 - r_2) = -gd(r_1 - r_2)$$

$$W_1 = -g < \Psi_\downarrow(r)\Psi_\uparrow(r) >= -\Delta(r) \qquad W_2 = -g < \Psi^+_\downarrow(r)\Psi^+_\uparrow(r) >= -\Delta^*(r)$$

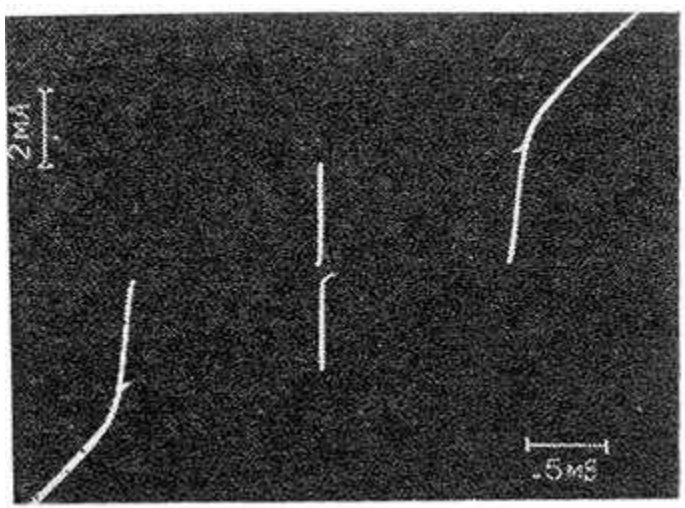
$$E_{\text{int}} = C_{\text{int}} \int (\Delta_1\Delta_2^* + \Delta_1^*\Delta_2)dydz = 2C_{\text{int}} \int |\Delta_1\Delta_2| \cos(c_2 - c_1)dydz$$

$$\nabla c - \frac{2p}{\Phi_0}A \quad \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{2e}{\mathbf{h}}j$$

Требование калибровочной инвариантности

$$E_{\text{int}} = 2C_{\text{int}} \int |\Delta_1\Delta_2| \cos(c_2 - c_1 - \frac{2p}{\Phi_0}\int_1^2 A_x dx + \frac{2e}{\mathbf{h}}\int Vdt)dydz$$

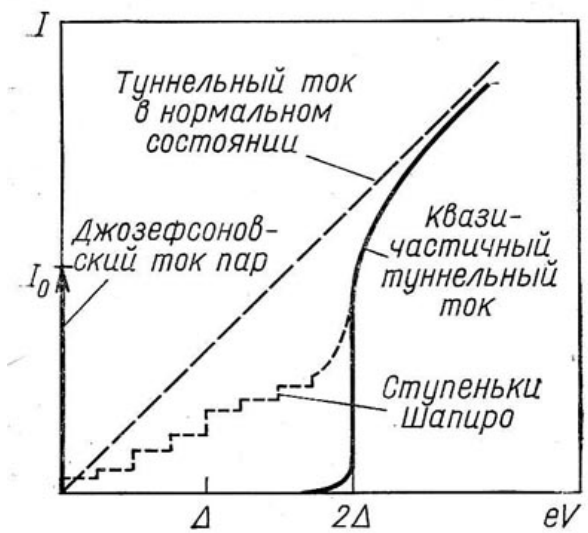
$$j = \frac{dE_{\text{int}}}{dA} = \frac{2p}{\Phi_0} 2C_{\text{int}} |\Delta_1\Delta_2| \sin(c_2 - c_1 - \frac{2p}{\Phi_0}\int_1^2 A_x dx + \frac{2e}{\mathbf{h}}\int Vdt) = j_c \sin(c_2 - c_1 - \frac{2p}{\Phi_0}\int_1^2 A_x dx + \frac{2e}{\mathbf{h}}\int Vdt)$$



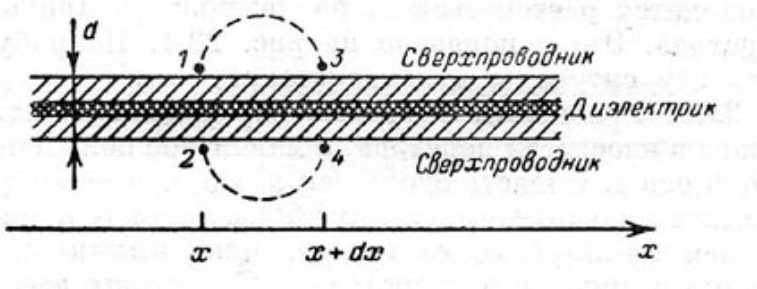
$$j_c = \frac{p\Delta(T)}{2eR_n} th \frac{\Delta(T)}{2k_B T}$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{2e}{\mathbf{h}}V$$

$$q = c_2 - c_1$$

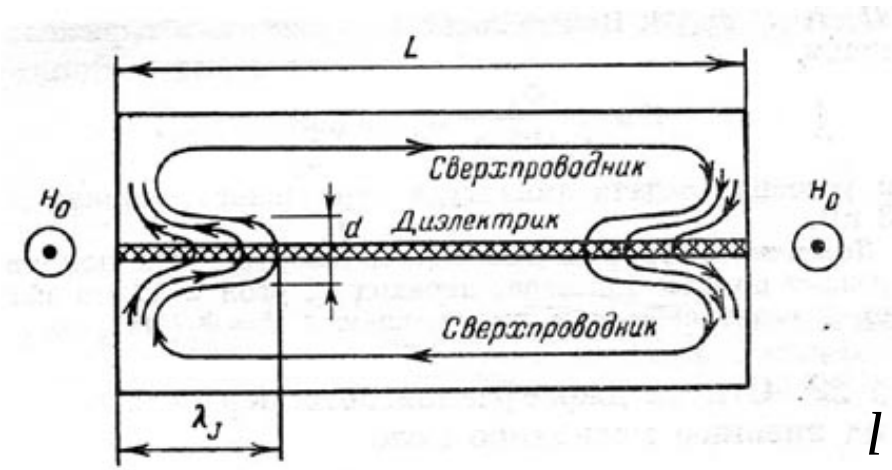


Переходы Джозефсона в магнитном поле.



$$j = j_c \sin(c_2 - c_1 - \frac{2p}{\Phi_0}\int_1^2 A_x dx)$$

$$\frac{dq}{dx} = \frac{2p}{\Phi_0}\frac{d\Phi}{dx} = \frac{2pd}{\Phi_0}B \qquad d = t + 2l_L$$



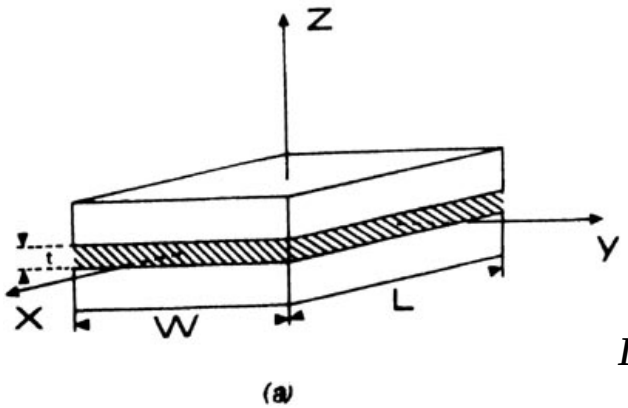
$$l_J^2 \frac{d^2 q}{dx^2} = \sin q$$

Уравнение Ферреллa-Прейджа

$$l_J = \left(\frac{\Phi_0}{2pm_0 j_c d}\right)$$

Джозефсоновская глубина проникновения магнитного поля

Зависимости критического тока переходов Джозефсона от магнитного поля

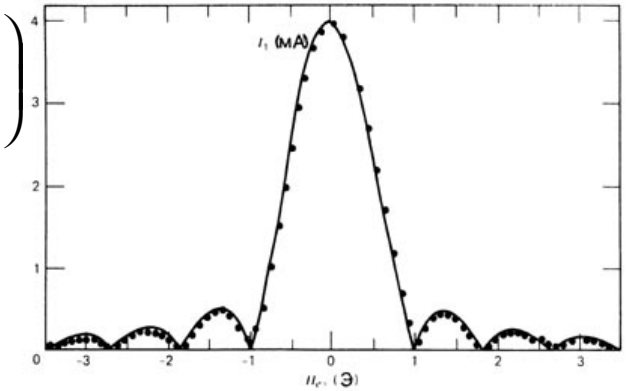


$$j = j_c \sin(j)$$

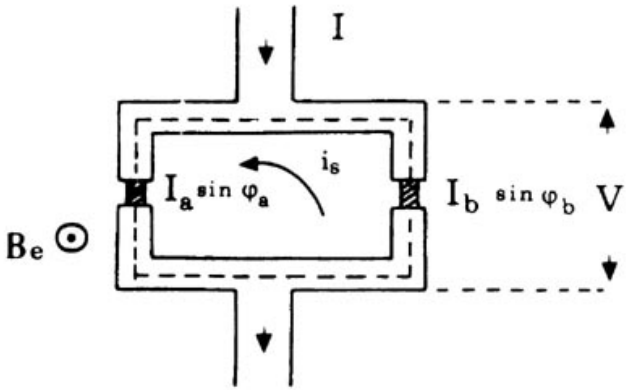
$$j = j_0 + 2pdH_y x/F_0$$

$$I = w\int_{-L/2}^{L/2} dx j_c \sin\left(j_0 + \frac{2pd}{\Phi_0} H_y x\right)$$

$$I_c = I_{c0}\left|\frac{\sin p\dfrac{\Phi}{\Phi_0}}{p\dfrac{\Phi}{\Phi_0}}\right| \qquad I_{c0} = wLj_c \qquad \Phi = dLH_y$$



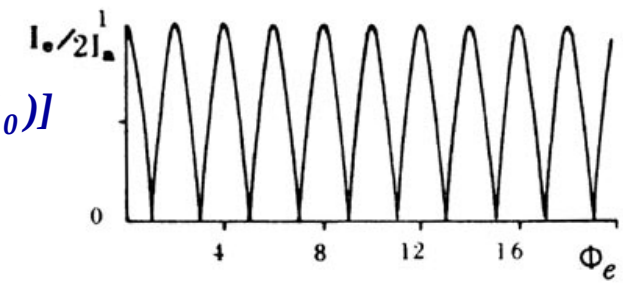
$$I_a = I_{ca} \sin(j_a)$$



$$I_b = I_{cb} \sin(j_b)$$

$$j_a - j_b + 2p\,F/F_0 = 0$$

$$I = I_{ca}\,[\sin(j_a) + \sin(j_a + 2p\,F/F_0)]$$



$$I_c = 2I_{ca}\left|\cos p\frac{\Phi}{\Phi_0}\right|$$