Как сделать квантовый регистр на основе сверхпроводниковых структур? Проблема квантовых вычислений.

Биты и кубиты.

Информация кодируется в двоичном коде: 0, 1. Например $11 = 1011 = 1\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0$. Число одиннадцать может быть записано с помощью четырех независимых параметров системы, каждый из которых может принимать два значения.

Четыре независимых вентиля. Четыре бита.

1 0 1 1

Значения параметров двух вентилей не являются независимыми.

Частица со спином ½ может быть использована для записи битов информации.

1 0 1 1

Состояние проекции спина $\psi=\alpha|\uparrow\rangle+\beta|\downarrow\rangle$ в общем случае описывается двумя параметрами, α и β, но значения этих параметров связаны соотношением $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. То есть имеется только один независимый параметр, например α. Результат измерения $|\uparrow\rangle$ с вероятностью $|\alpha|^2$ и $|\downarrow\rangle$ с вероятностью $1- |\alpha|^2$. Состояние $|\alpha|^2 = 1$ соответствует 1 состояние $|\alpha|^2 = 0$ соответствует 0.

Согласно обычной логике для описания состояния ***N*** частиц, состояние каждой из которых описывается одним независимым параметром, должно быть достаточно ***N*** независимых параметров.

$\psi_1=\alpha_1|\uparrow>+\beta_1|\downarrow>$, $\psi_2=\alpha_2|\uparrow>+\beta_2|\downarrow> \rightarrow \psi=\gamma_1|\uparrow\uparrow>+\gamma_2|\uparrow\downarrow>+\gamma_3|\downarrow\uparrow>+\gamma_4|\downarrow\downarrow>$, $\gamma_1=\alpha_1\alpha_2$, $\gamma_2=\alpha_1\beta_2$, $\gamma_3=\beta_1\alpha_2$, $\gamma_4=\beta_1\beta_2$. Два соотношения $|\alpha_1|^2+|\beta_1|^2=1$, $|\alpha_2|^2+|\beta_2|^2=1$ или $|\gamma_1|^2+|\gamma_2|^2+|\gamma_3|^2+|\gamma_4|^2=1$, $\gamma_1\gamma_4=\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2=\gamma_2\gamma_3=\alpha_1\beta_2\beta_1\alpha_2$ уменьшают число независимых параметров системы из двух частиц до двух: $2^2-2=2$.

Согласно квантовому формализму равенство $\gamma_1\gamma_4=\gamma_2\gamma_3$ может не выполняться. Это очень странное явление, называемое entanglement (перепутывание) или корреляция Эйнштейна-Подольского-Розена, лежит в основе идее квантовых вычислений.

Согласно обычной логике: ***N*** частиц описываются ***N*** независимыми переменными, например для двух частиц $2^2-2=2$. Согласно квантовому формализму: ***N*** частиц описываются 2^N-1 независимыми переменными, например для двух частиц $2^2-1=3$.

Квантовый формализм дает возможность получить огромное количество независимых переменных, которые могут быть в принципе использованы для вычисления, при небольшом количестве физических элементов, кубитов, например 1000 элементов дают $gn=2^{1000}-1\approx10^{434}$ независимых переменных:

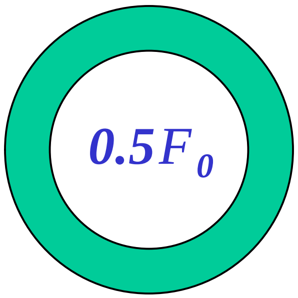
$\psi=\gamma_1|\uparrow\uparrow\uparrow\ldots\ldots\uparrow>+\gamma_2|\uparrow\uparrow\uparrow\ldots\ldots\downarrow>+\ldots\ldots\gamma_{gn-1}|\downarrow\downarrow\downarrow\ldots\ldots\uparrow>+\gamma_{gn}|\downarrow\downarrow\downarrow\ldots\ldots\downarrow>$.

Квантовый параллелизм: воздействие на один элемент приводит к изменению огромного числа параметров.

Формализм квантовой механики позволяет в принципе решать задачи, решение которых практически недоступно обычным компьютерам, при использовании регистра с относительно небольшим числом элементов.

Но как сделать квантовый регистр?

Сверхпроводимость привлекательна для реализации идеи квантовых вычислений, так как это макроскопическое квантовое явление может избавить от необходимости осваивать технологию на атомных размерах. В качестве бита может быть использован сверхпроводящий контур, в котором устойчивый ток течет в противоположных направлениях при различной величине магнитного поля, т.е. имеется два состояния, Ψ_0 и Ψ_1, которые могут быть использованы для представления 0 и 1.



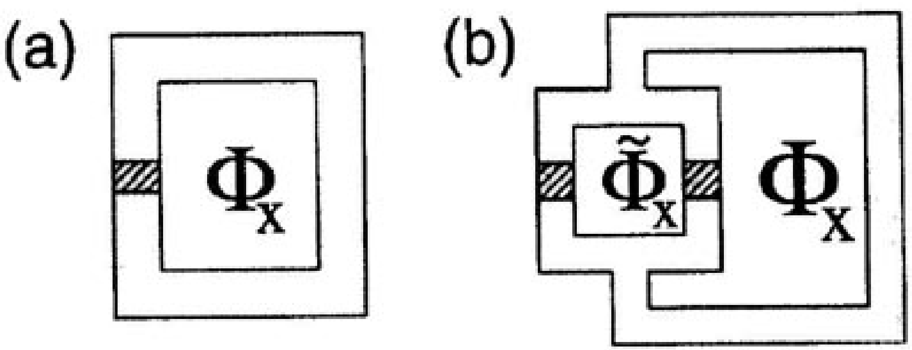
$$\Phi = (n+0.5)\Phi_0$$

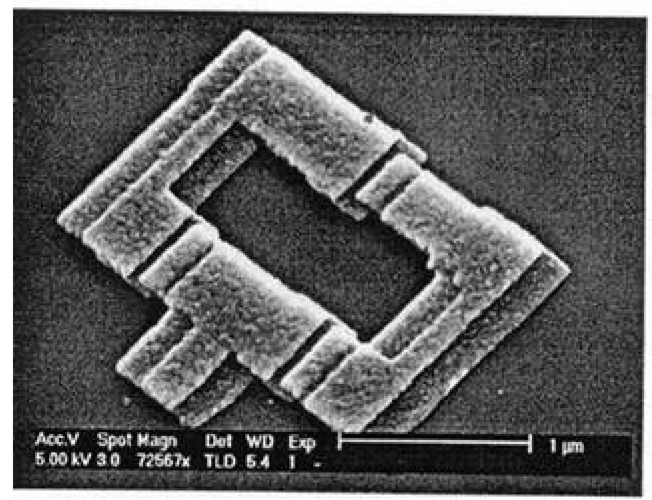
$$\Psi_0 \qquad \oint_l dl\nabla j = 2pn$$

$$\Psi_1 \qquad \oint_l dl\nabla j = 2p(n+1)$$

$$\oint_l dlv = \frac{2p\mathbf{h}}{m}\left(n - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) = \frac{2p\mathbf{h}}{m}\left(-\frac{1}{2}\right) \qquad \oint_l dlv = \frac{2p\mathbf{h}}{m}\left(\frac{1}{2}\right)$$

Такой контур с переходами Джозефсона рассматривается в качестве возможного квантового бита, кубита, во многих работах.





Yuriy Makhlin, Gerd Schon, Alexander Shnirman, Rev. Mod. Phys. 73, pp. 357-400 (2001)

<u>Бит становится кубитом когда возможна ЭПР корреляция.</u>

Парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена.

1) ЭПР корреляция может существовать если возможна суперпозиция квантовых состояний.
2) ЭПР корреляция нарушает принцип локального реализма.
Суперпозиция: согласно основным принципам квантового формализма если разрешены состояния Ψ_0 и Ψ_1, то разрешена и линейная комбинация этих состояний $\Psi = \alpha|\Psi_0\rangle + \beta|\Psi_1\rangle$.
ЭПР корреляция: возможны «перепутанные» состояния $\Psi = \gamma_1|\Psi_{a0}\Psi_{b0}\rangle + \gamma_2|\Psi_{a0}\Psi_{b1}\rangle + \gamma_3|\Psi_{a1}\Psi_{b0}\rangle + \gamma_4|\Psi_{a1}\Psi_{b1}\rangle$ двух систем, $\Psi_a = \alpha_a|\Psi_{a0}\rangle + \beta_a|\Psi_{a1}\rangle$ и $\Psi_b = \alpha_b|\Psi_{b0}\rangle + \beta_b|\Psi_{b1}\rangle$, когда $\gamma_1\gamma_4 \neq \gamma_2\gamma_3$. Например состояние $\Psi = \gamma_2|\Psi_{a0}\Psi_{b1}\rangle + \gamma_3|\Psi_{a1}\Psi_{b0}\rangle$, с $\gamma_1 = \gamma_4 = 0$ и $\gamma_2 = \gamma_3 = 1/\sqrt{2}$, называемое ЭПР состоянием или состоянием Белла.
В 1935 году Эйнштейн, Подольский и Розен показали, что копенгагенская интерпретация квантового формализма приводит к парадоксу.
A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).

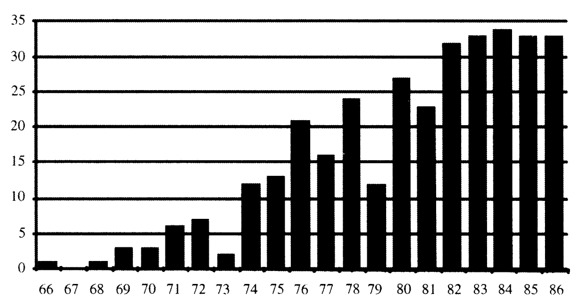
Аргументация Эйнштейна - Подольского – Розена

p = x
протон

p = 0
нейтрон

p = -x
электрон

J. S. BELL, On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox, *Physics* **1**, 195, 1964.



Отношение к теореме Белла. Ежегодное количество ссылок на теорему Белла, после ее появления. Из статьи L.E. Ballantine, Foundations of quantum mechanics since the Bell inequality, *Amer. J. Phys.*, **55**, 785 (1987).

Интерпретация квантового формализма в терминах скрытых параметров.

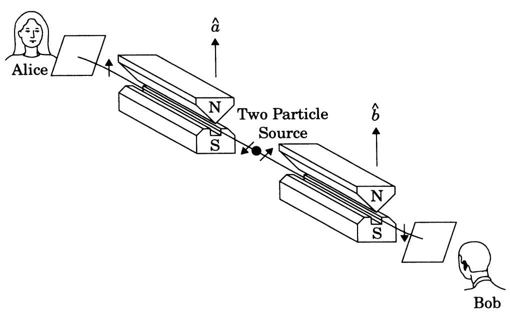
J. von Neumann, 1932, English translation: *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1955).

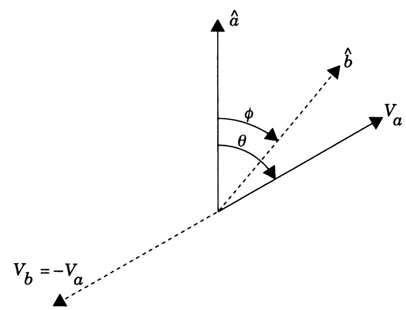
David Bohm, A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of «Hidden» Variables, *Phys. Rev.* **85**, 166 (1952).

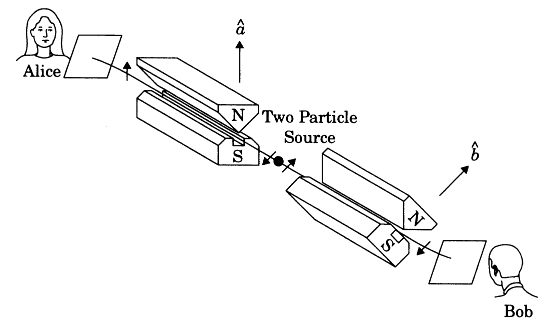
J. S. BELL, On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics, *Rev. Mod. Phys.* **38**, 447 (1966).

Из источника вылетают две частицы с противоположно направленным спином $\psi=(|\uparrow\downarrow>+|\downarrow\uparrow>)/\sqrt{2}$. В этом ЭПР состоянии есть ЭПР корреляция $\gamma_1\gamma_4 \neq \gamma_2\gamma_3$: измерив проекцию спина вдоль одного из направлений мы точно можем предсказать результат измерения проекции спина другой частицы вдоль этого направления.

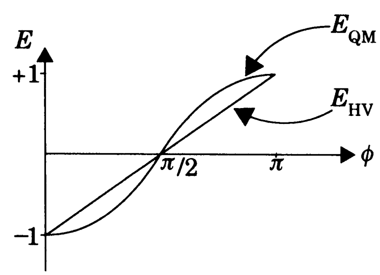
Бом 1951 | Теории скрытых параметров | $E_{HV}(a,b) = 2f/p - 1$







AB =-1 Копенгагенская интерпретация $E_{QM}(a,b) = - a ´ b = -cos(f)$ *AB*=+1 или *AB*=-1 $<AB>=E(a,b)$



Неравенства Белла

$|E_{HV}(a,b) - E_{HV}(a,\varepsilon)| £ 1 + E_{HV}(b,\varepsilon)$

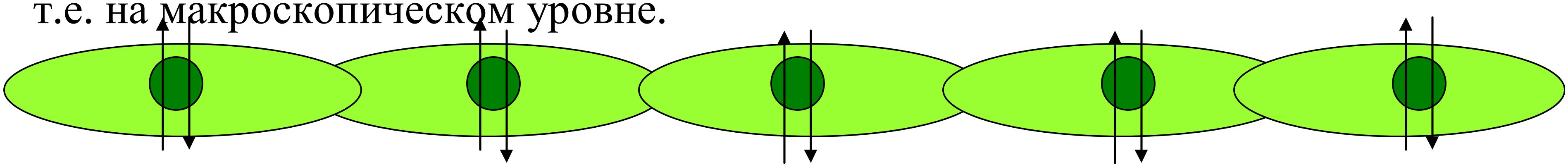
Эксперименты, доказывающие нарушение неравенств Белла, свидетельствуют о нарушении принципов локального реализма и возможности ЭПР корреляции на атомном уровне.

A. Aspect, P. Grangier and G. Roger, Experimental tests of realistic local theories via Bell's theorem, *PRL* **47**, 460 (1981).

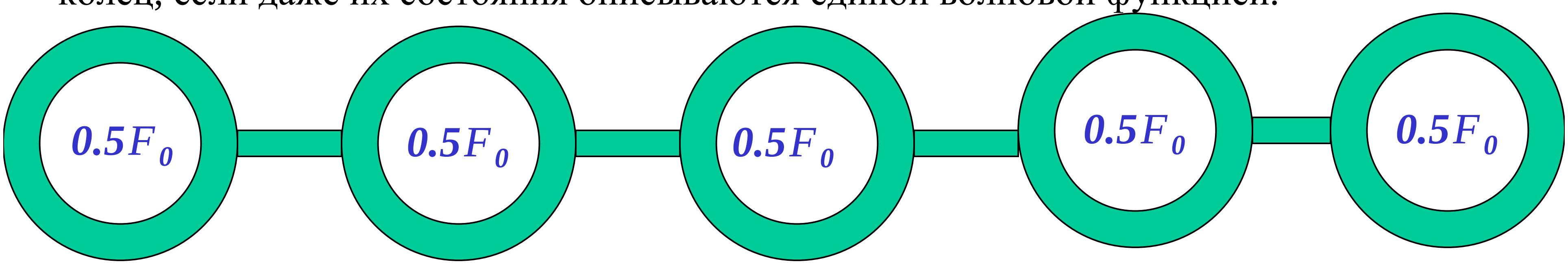
A. Aspect. P. Grangier and G. Roger, Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedanken experiment: A new violation of Bell's inequalities, *PRL* **49**, 91 (1982).

A. Aspect, J. Dalibard and G. Roger, Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analyzers, *PRL* **49**, 1804 (1982).

Но они не доказывают, что ЭПР корреляция возможна в сверхпроводниках, т.е. на макроскопическом уровне.



Нет веских оснований сомневаться, что цепочка атомов, волновые функции которых перекрываются, может быть квантовым регистром. Намного больше оснований сомневаться в том, что ЭПР корреляция может быть в цепочке сверхпроводящих колец, если даже их состояния описываются единой волновой функцией.



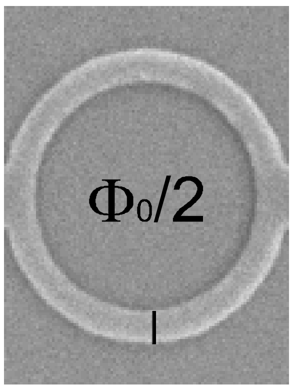
Шредингеровский кот.

Квантовая механика или макроскопический реализм.

E. Schrodinger, Discussion of probability relations between separated systems, *Proc. Cambridge Phil. Soc*, 31, 555 (1935).

A.J. Leggett and A. Garg, Quantum Mechanics versus Macroscopic Realism: Is the Flux There when Nobody Looks? *PRL* **54**, 857 (1985).

L. E. Ballentine, Realism and quantum flux tunneling, *PRL* 59, 1493 (1987).



$$y = a|L> + b|R>$$

$|L>$ - устойчивый ток по часовой стрелке $I_p = 10\ nA$; $|R>$ - по часовой стрелке $I_p = -10\ nA$. Направление устойчивого тока в не может реально изменяться во времени при суперпозиции состояний $|L>$ и $|R>$ с минимальной энергией. $F_I = LI_p = L\ 10\ nA\ sin(wt)$. $lE = -dF_I/dt = -Lw\ 10\ nA\ cos(wt)$.

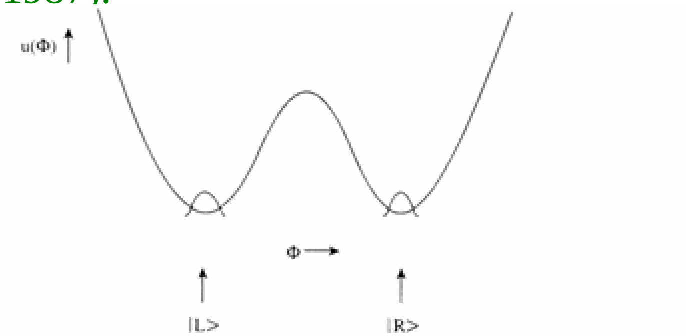


Figure 2. The form of the potential energy $U(\Phi)$ (equation (5.13)) for external flux $\Phi_0/2$.

N.D. Mermin, Is the moon there when nobody looks? Reality and the quantum theory *Physics Today*, 38, 38 (1985).

http://phtn.ipmt-hpm.ac.ru/lectures/Nikulov.htm