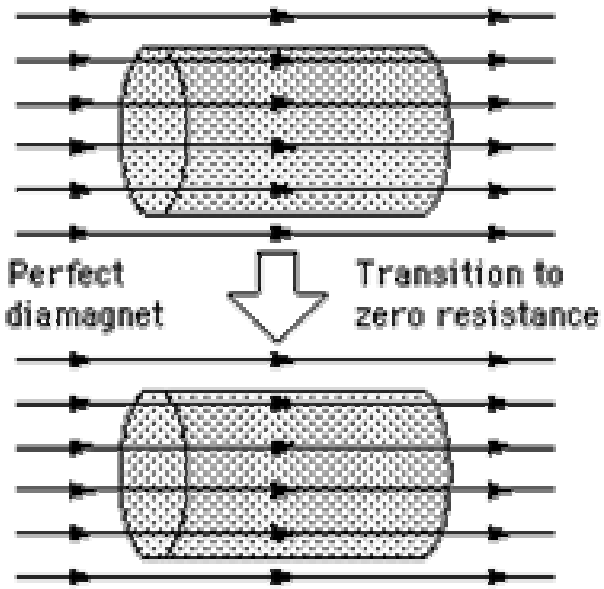
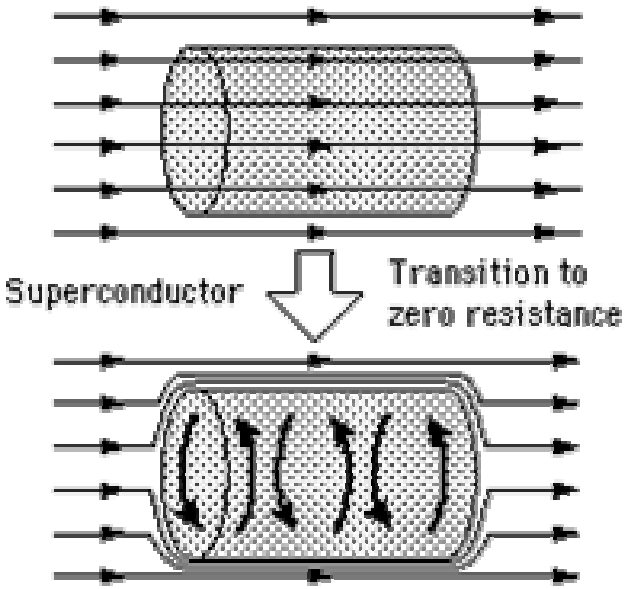
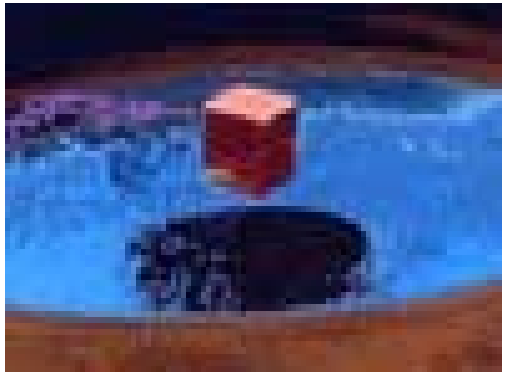
Сверхпроводимость - макроскопическое квантовое явление.

Эффект Мейснера. Выталкивания магнитного потока из сверхпроводника.

W.Meissner and R. Ochscenfeld Naturwissenschaften, Bd 21, S. 787 (1933)







Равновесное макроскопическое состояние остается неизменным: $d\Phi/dt = 0$ $dv/dt=0$

Равновесное состояние изменяется $d\Phi/dt \neq 0$ $dv/dt \neq 0$. Энергия увеличивается на $\mu_0 H^2/2$.

$F_S - F_n + V\mu_0 H_c^2/2 = 0$

H_c- термодинамическое критическое поле.

Магнит не падает так как увеличение потенциальной энергии в поле Земли Mgh компенсируется уменьшением энергии магнитного поля $V_{ef}\mu_0 H_{ef}^2/2$.

Уравнение Лондонов.

R. Becker, C. Heller, and F. Sauter, Zs. Phys., 85, 772 (1933).

Идеальный проводник. Плотность носителей n_q с зарядом q.

$$mdv/dt = qE;\ \ j = n_q qv;\ dj/dt = n_q q dv/dt$$

$$dj/dt = (n_q q^2/m)E;\ E = \mu_0 l_L^2 dj/dt$$

$$l_L^2 = m/\mu_0 n_q q^2$$

$$rot\ E = -dB/dt;\ rot\ H = j;\ B = \mu_0 H$$

$$\mu_0 l_L^2 rot\ (dj/dt) + dB/dt = 0$$

$$l_L^2 rot\ rot\ (dH/dt) + dH/dt = 0$$

$$l_L^2 \tilde{N}^2 (dH/dt) = dH/dt$$

$$l_L^2 \tilde{N}^2 (H-H_0) = H-H_0$$

$$l_L^2 d^2 (H-H_0) dz = H-H_0$$

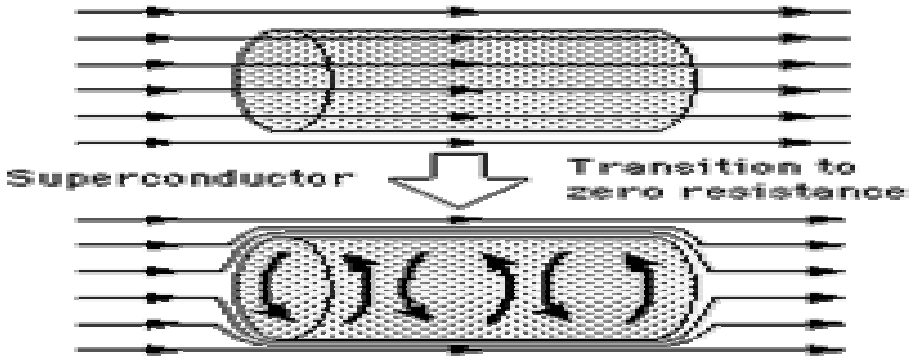
$$H-H_0 = (H-H_0)_{x=0} exp(-z/l_L)$$

F. London and H. London, Proc.Roy.Soc. (Lond.), A149, 71 (1935).

сверхпроводник

$$\mu_0 l_L^2 rot\ j + B = 0$$

$$H = H_{x=0} exp(-z/l_L);\ l_L \approx 0.05\ \mu m$$



$$H = H_{x=0} exp(R-r)/l_L;\ j_s = j_{x=0} exp(R-r)/l_L$$

$$dj/dt + (n_q q^2/m)E\ \ ^1\ \ 0;\ mdv/dt + qE\ \ ^1\ \ 0$$

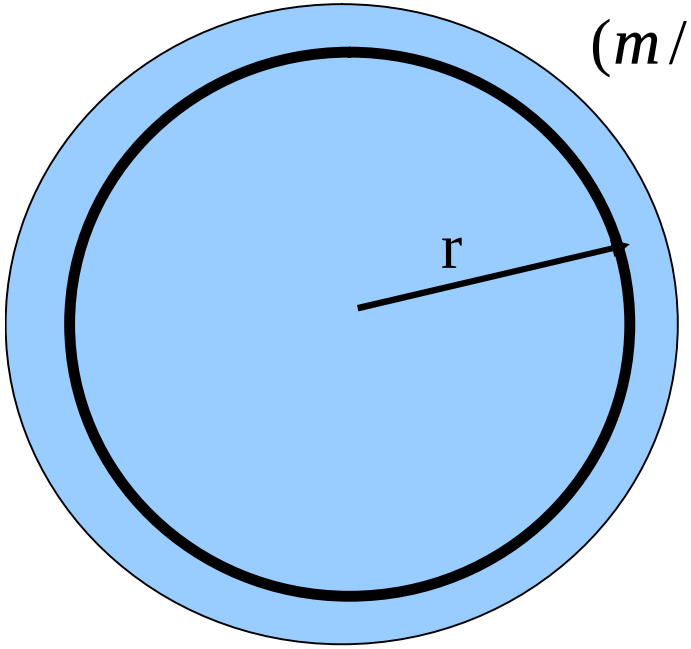
Носители заряда ускоряются навстречу электродвижущей силе Фарадея

$$qE = -q(1/2pr)dF/dt$$

Эффект Мейснера следствие квантования Бора.

F. London, Superfluids, v.1, John Wiley, N. Y., 1950

$m_0 l_L^2 \mathrm{rot}\, j + B = 0;\ l_L^2 = m/m_0 n_q q^2;\ j = n_q q v;\ (m/q)\mathrm{rot}\, v + B = 0;$



$$(m/q)\oint_l dl v + \Phi = 0 \qquad \Phi = \oint_l dl A \qquad m\oint_l dl v + q\Phi = \oint_l dl(mv + qA) = 0$$

$$p = mv + qA;\ p = h\tilde{N} j;\ Y = |Y| \exp(i j)$$

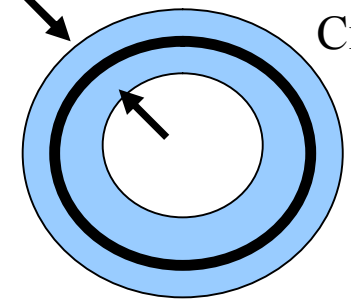
$$\oint_l dl p = \oint_l dl \nabla j = \oint_l dl(mv + qA) = m\oint_l dl v + q\Phi = n 2p\mathbf{h}$$

$n = 0$ Þ $\quad m\oint_l dl v + q\Phi = 0$

n ¹ 0 Þ $\quad \oint_l dl v = \dfrac{2p\mathbf{h}}{m}\left(n - \dfrac{\Phi}{\Phi_0}\right)$

Квант магнитного потока $F_0 = 2ph/q$

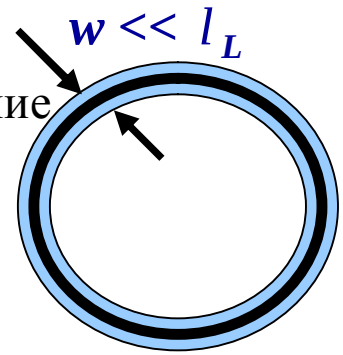
$v = v_{x=0} \exp(R-r)/l_L$



Сильное экранирование

$F = nF_0$

Квантование потока

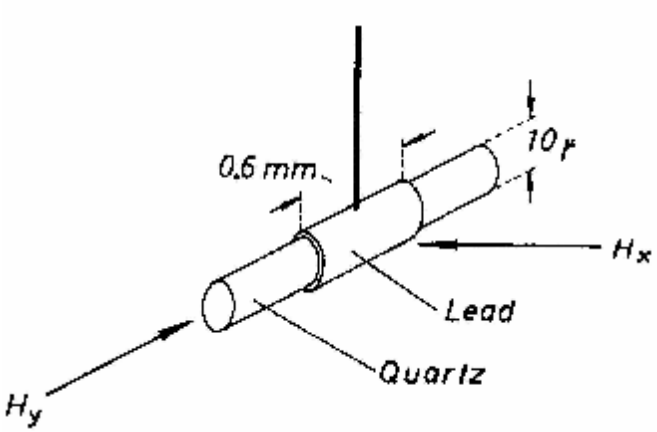


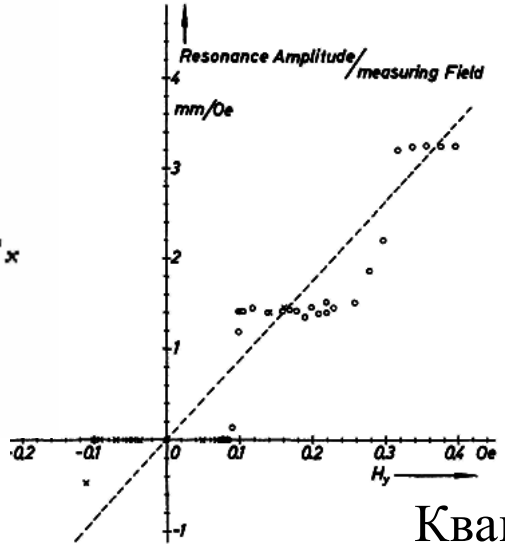
Слабое экранирование

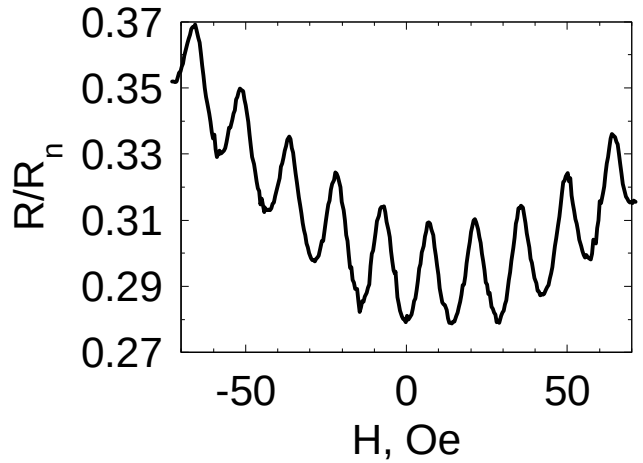
$v = (h/mr)(n - F/F_0)$

Квантование скорости

Эффекты квантования







Квантование магнитного потока.
B.S. Deaver and W. M. Fairbank, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 43 (1961)
R. Doll and M. Nabauer, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 51 (1961)
2R » 10 mm; w » 1 mm >> l_L; H_0 » 0.2 Oe;
23 Oe mm² > $F_0 = H_0 p R^2$ > 16 Oe mm².

Квантование циркуляции скорости сверхпроводящих пар
W. A. Little and R. D. Parks *Phys. Rev. Lett.* **9**, 9 (1962).
$DT_c \mu -v_s^2 = -(h/mR)^2(n- F/F_0)^2$
2R » 1.4 ± 1 mm; w » 0.03 mm >> $l_L(T)$; H_0 » 14 Oe; $F_0 = H_0 p R^2$ » 21 ± 3 Oe mm².

$F_0 = 2ph/q = 41.4$ ***Oe mm²*** при ***q = e***; $F_0 = 2ph/q = 20.7$ ***Oe mm²*** при ***q = 2e.***

Почему сверхпроводимость является макроскопическим квантовым явлением.

Второй постулат Бора : $mv_nR_n = hn;$

Квантование скорости в кольце: $mv_{sn}R = h(n- F/F_0) = hn$ при $F = 0$

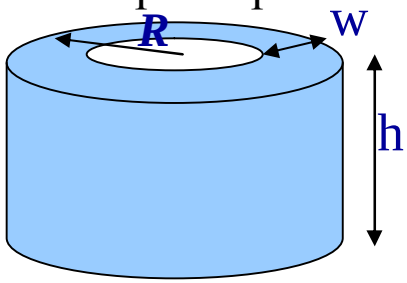
Разность энергий разрешенных уровней $DE = E_{n=1} - E_{n=0} = mv_{n=1}^2/2 - mv_{n=0}^2/2 = h^2/2mR^2$

обратно пропорциональна квадрату радиуса $1/R^2$

Дискретность спектра в атоме обусловлена малой величиной радиуса $R_1 = 5.3\ 10^{-11}$ m » $0.5\ 10^{-4}$ mm: DE » 10 эВ = $1.6\ 10^{-18}$ Дж » k_BT» k_B 100000 K

В кольце диаметром $2R$ » 1 mm разность энергий должна быть на восемь порядков меньше $DE = h^2/2mR^2$ » k_B 0.001 K если электроны или пары движутся независимо.

При $DE << k_BT$ состояния с разными n имеют примерно. Но одинаковую вероятность P_n µ $exp(-E_n/k_BT)$. Но наблюдение осцилляций сопротивления $R(F/F_0)$ µ $v_s^2 = (h/mR)^2(n- F/F_0)^2$ свидетельствует о том, что состояние с наименьшим значением v_s^2 µ $(n- F/F_0)^2$ имеет подавляющую вероятность, т.е. что $DE >> k_BT$. Это возможно если все сверхпроводящие пары находятся на одном уровне, т.е. имеют общий импульс. В этом случае $DE = N_sh^2/2mR^2 >> k_BT$ так как число пар $N_s = n_s2pRwh$ в кольце с реальными размерами: R - радиус, w - ширина, h - толщина.

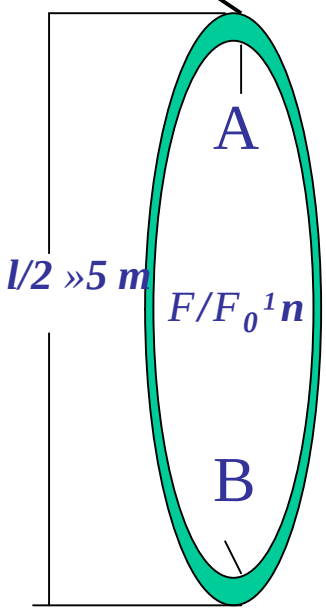


Дискретность спектра, т.е. разность энергий между разрешенными состояниями $DE = N_sh^2/2mR^2 = n_sh^2pwh/mR$ увеличивается с увеличением всех трех размеров DE µ wh/R

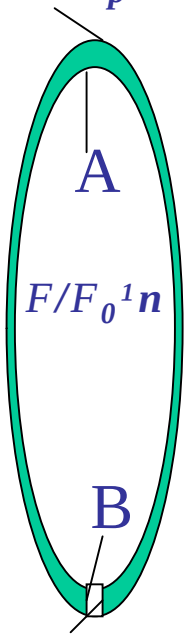
Состояние сверхпроводящего конденсата в кольце как и состояние электрона на атомной орбите описывается волновой функцией $Y = |Y|exp(i j)$. Мы не можем в атоме устроить переключение между состояниями с различной связностью волновой функции в атом, но мы можем сделать это в сверхпроводящем кольце.

A.V.Nikulov, Phys.Rev.B 64, 012505 (2001).

$$v_s = \frac{2p\mathbf{h}}{ml}(n - \frac{\Phi}{\Phi_0})$$



$dv_s/dt = (2e/m)E = -(2e/m)\tilde{N}V$; $V(t) = R_B I(t) = R_B I_p exp(-t/t_{RL})$;
$t_{RL} = L/R_B$

Уменьшение скорости v_s сверхпроводящих пар в точке A при переходе сегмента B в нормальное состояние происходит под действием силы электрического поля $E = -\tilde{N}V$. Но переход от $v_s=0$ к v_s ¹ 0 не вызван действием какой либо классической силы.

$v_s=0$; $I_p=0$