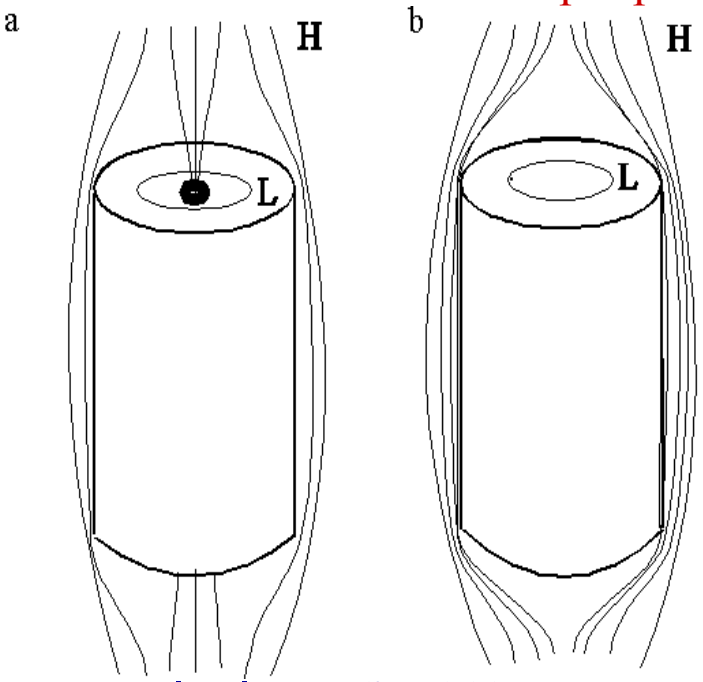
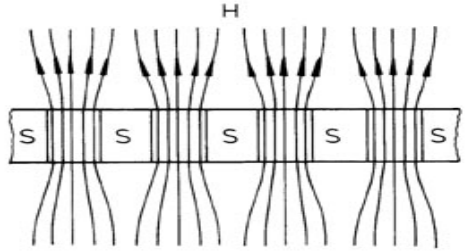
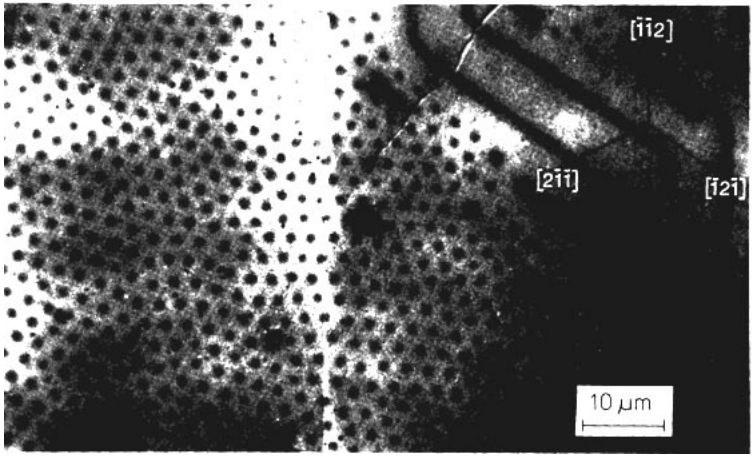
Сверхпроводники I и II рода.

Сверхпроводники I рода. $k = l_L/x < 1/\ddot{0}2$





Промежуточное состояние фольги из олова толщиной 29 мкм. ***H = 170 Гс, T = 1.2 К, H_c = 280 Гс***



Промежуточное состояние фольги из свинца толщиной 6 мкм. ***H = 120 Гс, T = 1.2 К, H_c = 790 Гс. BS » 720 Э мкм² » 35 F_0***

$$Y = |Y|\exp(i\,j\,(r))$$

$$p = h\tilde{N}\,j = mv + qA$$

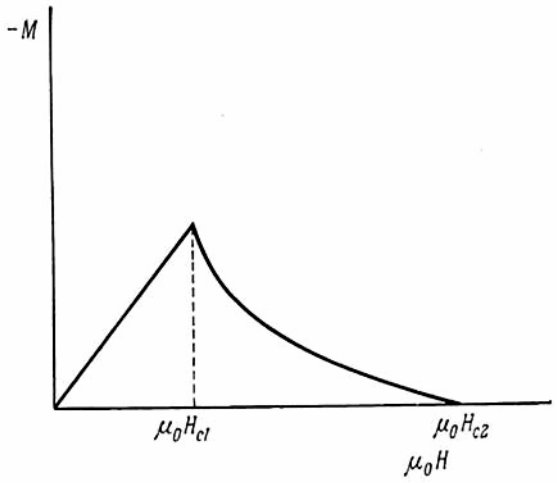
$$j = (q/m)|Y|^2(h\,\tilde{N}\,j - qA) = q|Y|^2 v_s$$

$$\oint_l dl\, l_L^2\, j_s = \frac{\Phi_0}{2p}\oint_l dl \nabla j - \Phi \qquad \oint_l dl \nabla j = 2p\mathbf{h}n$$

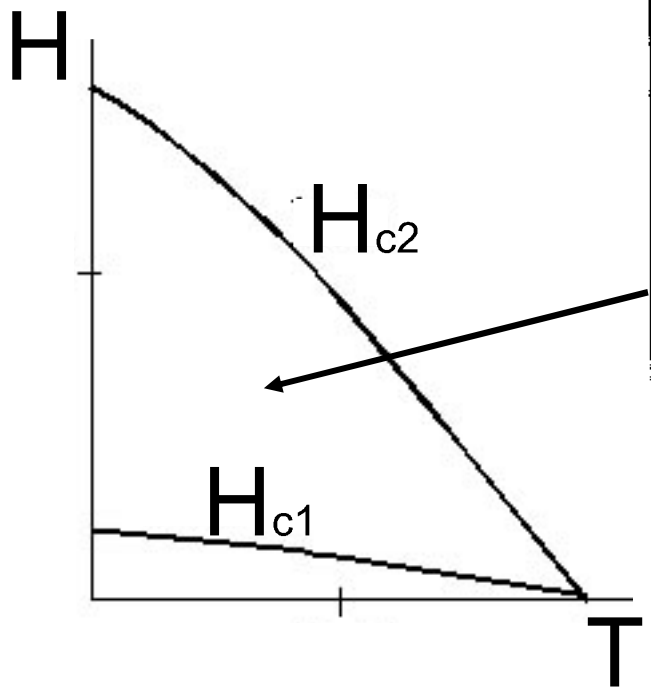
$$\oint_l dlv = \frac{2p\mathbf{h}}{m}\left(n - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)$$

$$F_0 = 2ph/q = 2ph/2e = 20.7\ Э\ мкм^2$$

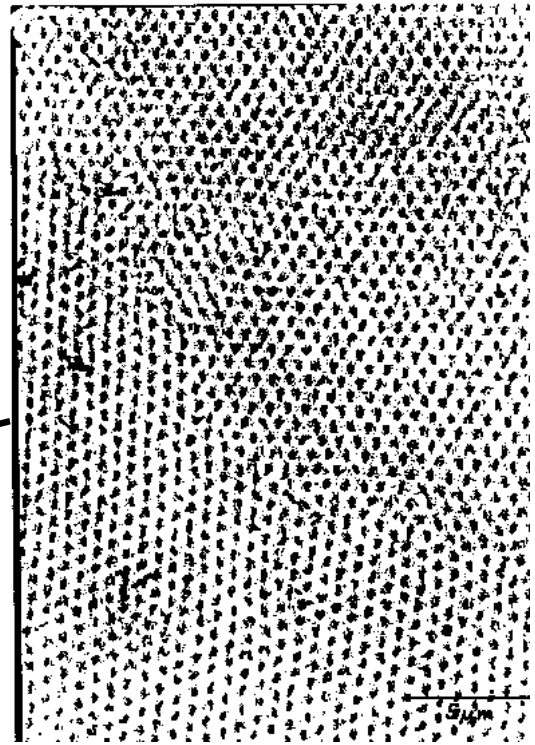
Сверхпроводники II рода. $k = l_L/x > 1/\ddot{0}2$



Зависимость намагниченности *M* сверхпроводника II рода от магнитного поля *H*.



Зависимости величины первого H_{c1} и второго H_{c2} критических полей от температуры *T*.



Вихревое состояние Абрикосова, наблюдаемое на поверхности сверхпроводника II рода.

B = 70 Э, BS » 20 Э мкм² » F_0

a = $(2F_0/3^{1/2}B)^{1/2}$ » 580 нм

Состояние Абрикосова.

Первое уравнение Гинзбурга–Ландау.

$$a(T)\Psi + b\,|\Psi|^2\,\Psi + \frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - 2eA\right)^2\Psi = 0$$

$H \parallel z;\ A_x = A_z = 0;\ A_y = Hx;\ F_0 = ph/e$

Уравнение Шредингера.

$$\frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - 2eA\right)^2\Psi = -a\Psi$$

$$\frac{\hbar^2}{2m}\left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(i\frac{\partial}{\partial y} - \frac{2pHx}{\Phi_0}\right)^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\Psi = -a\Psi$$

$Y(r) = \sum_k Y_k j_k(r) = \sum_k Y_k j_{n,l}(x,y)\exp(iqz);\ k = (n,l,q);\ E_k = h^2q^2/2m + (n+0.5)h^2 2pH/F_0 m$

$E_k = -a = a_0(1 - T/T_c) > 0;\ q = 0;\ n = 0$ Þ $h^2 pH_{c2}/F_0 m = -a$ Þ $H_{c2} = F_0/2p\,x^2;\ x^2 = -h^2/2ma$

$n = 0$ при $H < H_{c2}/3;\ Y(r) = \sum_l Y_l j_{n=0,l}(x,y)$

$$f_{GL} = a(T)\,|\Psi|^2 + \frac{b}{2}|\Psi|^4 + \frac{1}{2m}\left|\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - 2eA\right)\Psi\right|^2$$

$Y(r) = \sum_k Y_k j_{n,l}(x,y)\exp(iqz)$

$$f_{GL} = \sum_k\left[a + (n+0.5)\frac{2p\hbar^2 H}{m\Phi_0} + \frac{\hbar^2 q^2}{2m}\right]|\Psi_k|^2 + \frac{b}{2}\sum_{k_i} V_{k_1k_2k_3k_4}\Psi^*_{k_1}\Psi^*_{k_2}\Psi_{k_3}\Psi_{k_4} \qquad V_{k_1k_2k_3k_4} = V^{-1}\int_V d^3r\, j^*_{k_1} j^*_{k_2} j_{k_3} j_{k_4}$$

$$f_{GL} = \sum_l\left[a + \frac{2p\hbar^2 H}{m\Phi_0}\right]|\Psi_l|^2 + \frac{b}{2}\sum_{k_i} V_{l_1l_2l_3l_4}\Psi^*_{l_1}\Psi^*_{l_2}\Psi_{l_3}\Psi_{l_4} \qquad V_{l_1l_2l_3l_4} = S^{-1}\int_S dxdy\, j^*_{l_1} j^*_{l_2} j_{l_3} j_{l_4}$$

$$\langle|\Psi|^2\rangle = S^{-1}\int_S dxdy\,|\Psi|^2 = \sum_l |\Psi_l|^2 \qquad \langle|\Psi|^4\rangle = S^{-1}\int_S dxdy\,|\Psi|^4 = \sum_l V_{l_1l_2l_3l_4}\Psi^*_{l_1}\Psi^*_{l_2}\Psi_{l_3}\Psi_{l_4} \qquad b_A = \frac{\langle|\Psi|^4\rangle}{\langle|\Psi|^2\rangle^2}$$

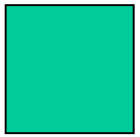
$$f_{GL} = a\left(1 - \frac{H}{H_{c2}}\right)\langle|\Psi|^2\rangle + \frac{bb_A}{2}\langle|\Psi|^2\rangle^2$$

$f_{GL} = a|Y|^2 + 0.5b\,|Y|^4 = a|Y|^2 + 0.5b\,(|Y|^2)^2$

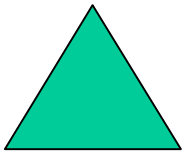
$$<|Y|^2> = (-a/b\, b_A)(1 - H/H_{c2});\ -a = a_0(1 - T/T_c);\ H_{c2} = H_{c2}(0)(1 - T/T_c)$$

$$b_A = \frac{<|\Psi|^4>}{<|\Psi|^2>^2}$$

$Y(r) = const$ Þ $b_A = 1$; $Y(r) = å_l Y_l j_{n=0,l}(x,y)$ Þ $b_A > 1$

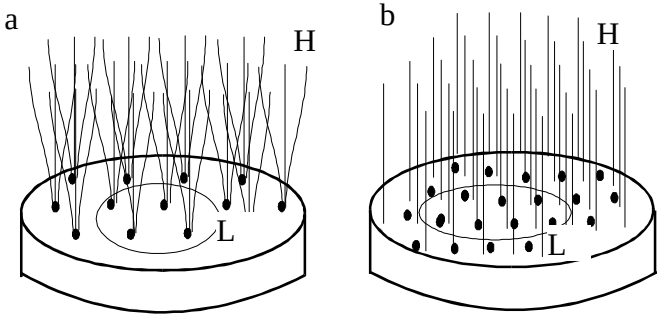


b_A » **1.18** А.А.Абрикосов, ЖЭТФ 32, 1442 (1957)



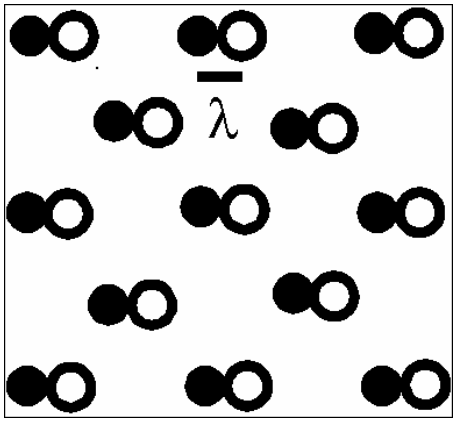
b_A » **1.16** W.H.Kleiner, L.M.Roth, S.H.Autler, Phys.Rev. 133, A1226 (1964)

Абрикосов предсказал два дальних порядка: фазовая когерентность и порядок в расположении вихрей (вихревая решетка).



$$\oint_l dl\, l_L^2 j_s = \frac{\Phi_0}{2p}\oint_l dl \nabla j - \Phi = \frac{\Phi_0}{2p} 2pn - \Phi = 0$$

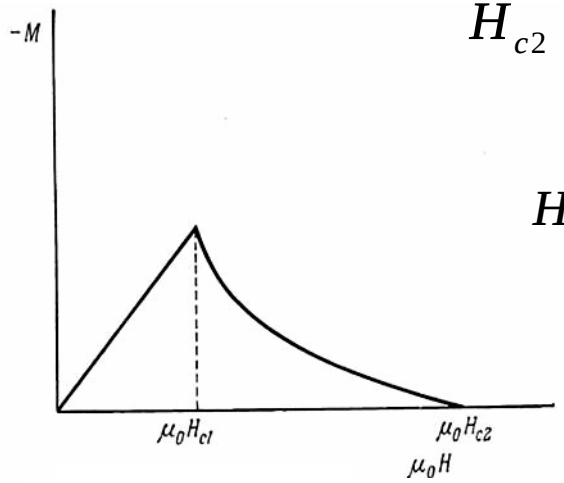
$$nF_0 = F = BS \text{ Þ } \oint_l dl \nabla j = 2p\hbar n$$



Вихри Абрикосова – сингулярности в смешанном состоянии с фазовой когерентностью.

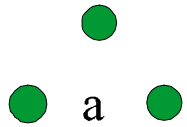
Вихревая решетка предсказана Абрикосовым для идеального случая, бесконечного, однородного, симметричного пространства.

В этом идеальном случае состояние Абрикосова является абсолютно неустойчивым.



$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2px^2(T)} \qquad H_c = \frac{\Phi_0}{2p\sqrt{2}\,l(T)x(T)} \qquad H_{c2} = \sqrt{2}kH_c$$

$$H_{c1} = \frac{(\ln k)\Phi_0}{2p\,2l^2(T)} \qquad H_{c1} = (\ln k)H_c/\sqrt{2}k \qquad a = \left(\frac{2\Phi_0}{\sqrt{3}B}\right)$$

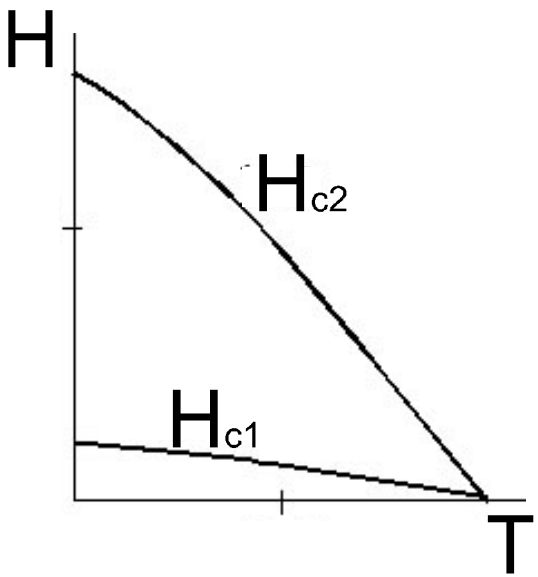


H £ H$_{c2}$; M = -dF/dH = a <|Y|^2>/H$_{c2}$

$$M = \frac{H - H_{c2}}{(2k^2 - 1)b_A}$$

H$_{c1}$ < H < H$_{c2}$ ***H ³ H$_{c1}$***

$$M \approx \frac{H_{c1}\ln\left(\frac{H}{H_{c2}}\right)}{\ln k} \qquad B = \frac{2\Phi_0}{\sqrt{3}l^2}\left\{\ln\left[\frac{3\Phi_0}{4pl^2 m_0(H - H_{c1})}\right]\right\}^{-2}$$

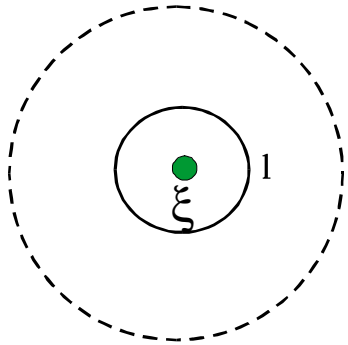


H < H$_{c1}$ $m\oint_l dlv + 2e\Phi = 0$ ***H > H$_{c1}$*** $m\oint_l dlv + 2e\Phi = 2p\mathbf{h}$

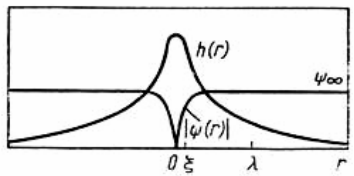
$$\oint_l dlv = \frac{2p\mathbf{h}}{m}\left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)$$

k >> 1; x << l

m$_0$ l$_L$^{2}rot j + B = F$_0$d(r)



k = 8



a >> l $B(r) = \frac{\Phi_0}{2l^2}K_0\left(\frac{r}{l}\right)$ $K_0\left(\frac{r}{l}\right) \approx \exp\left(-\frac{r}{l}\right), \ldots r \to \infty$ $K_0\left(\frac{r}{l}\right) \approx \ln\left(\frac{l}{r}\right) + 0.12, \ldots x << r << l$

Поверхностная сверхпроводимость

$$\frac{1}{2m}\left(\frac{\mathbf{h}}{i}\nabla - 2eA\right)^2\Psi = -a\Psi$$

H || z; A$_x$ = A$_z$ = 0; A$_y$ = Hx

$$x^2\left[-\nabla^2 + \frac{4pi}{\Phi_0}Hx\frac{\partial}{\partial y} + \left(\frac{2pH}{\Phi_0}\right)^2 x^2\right]\Psi = \Psi$$

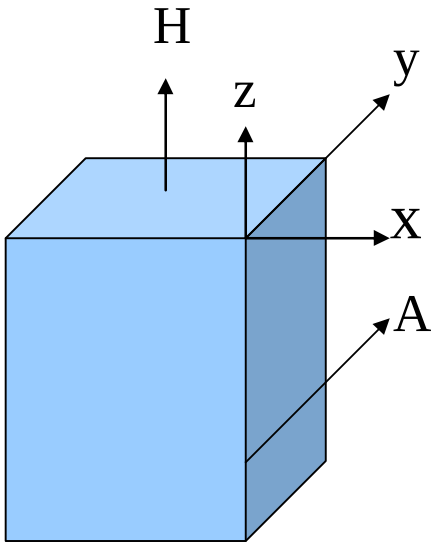
$$\Psi = \exp(iqz)\exp(iqy)\,f(x)$$

$$-\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \left(\frac{2pH}{\Phi_0}\right)^2 (x - x_0)^2 f = \left(\frac{1}{x^2} - k^2\right) f \quad \times \quad \frac{\mathbf{h}^2}{2m}$$

$$e_n = (n + 0.5)\mathbf{h}w = (n + 0.5)\frac{2eH}{m}$$

$$H = \frac{\Phi_0}{2p\,(2n+1)}\left(\frac{1}{x^2} - k^2\right)$$

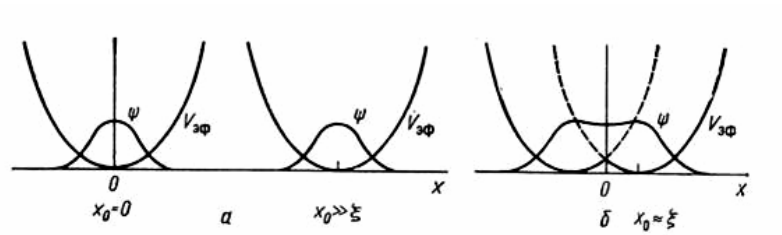
H$_{c2}$ = F$_0$/2p x^2



$$f(x) = \exp\left[-\frac{(x - x_0)^2}{2x^2}\right]$$

$$\left(\frac{\mathbf{h}}{i}\nabla - 2eA\right)\Psi\Big|_n = 0$$

D. Saint-James and P.G. de Gennes, Phys.Lett. 7, 306 (1963)



H$_{c3}$ = 1.695H$_{c2}$