A decorative graphic consisting of a thin gold circle on the left side. A thick black bracket is positioned on the left, and a thick gold bracket is on the right, both framing a horizontal bar. The bar has a gold-to-white gradient and contains the title text.

Многокомпонентный квантовый эффект Холла II.

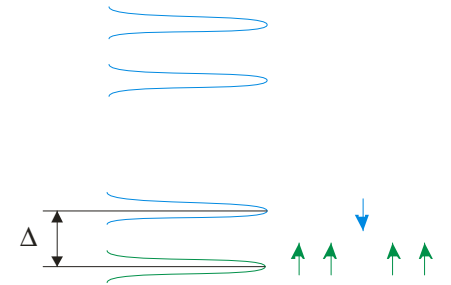
1. Ферромагнитное состояние при $\nu = 1$.
2. Спиновые волны.
3. Скирмионы.
4. Эксперимент.

Ферромагнитное состояние при $\nu = 1$

1. **Зеемановское расщепление D много больше кулоновского взаимодействия.** $\Delta \gg \frac{e^2}{\mathbf{l}_c}$

Спиновая поляризация основного состояния максимальна и $S_z = \frac{N}{2}$

В данном случае кулоновскую энергию необходимо учитывать по теории возмущения, что приводит к обменному усилению спинового расщепления.

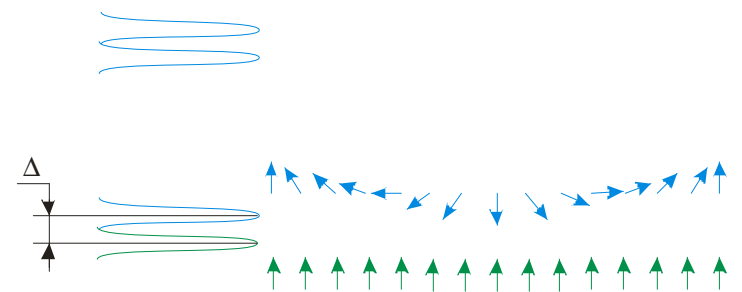


2. **Зеемановское расщепление D сравнимо с кулоновского взаимодействием.** $\Delta \leq \frac{e^2}{\mathbf{l}_c}$

$$\Psi[Z; z] = A[\Phi[Z] \alpha_1 \cdots \alpha_{N_1} \beta_{[1]} \cdots \beta_{[N_1]}]$$

$$\Phi(Z) = \prod_{i \neq j}^N (Z_i - Z_j) \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_k^N |Z_k|^2\right) - \text{асимметричная}$$

Поскольку координатная функция асимметрична, то спиновая часть волновой функции симметрична поэтому все спиноры могут находиться в одном состоянии, т. е. основное состояние – ферромагнитно.



Кулоновское взаимодействие приводит к спиновым волнам и вихревым возбуждениям – скирмионам.

Спиновое поле и обменное взаимодействие

Спиновые волны в двумерном ферромагнетике рассчитываются методами теории поля, а именно вводится некое спиновое поле $\mathbf{m}(r)$ и определяют его волновые решения вида: $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + d\mathbf{m}(\mathbf{q}, \omega) \exp(i[\mathbf{q}\mathbf{r} - \omega t])$ При этом $q \ll 1$, $|\mathbf{m}| = |d\mathbf{m}|/2 = 1$

Получим уравнение движения локального поля $\mathbf{m}(r)$. Обменная часть кулоновского взаимодействия имеет вид;

$$U_F = \int \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \mathbf{y}_1(\mathbf{r}_1) \mathbf{y}_2(\mathbf{r}_2) m_1(\mathbf{r}_1) m_2(\mathbf{r}_2) d^2 r_1 d^2 r_2 \quad \mathbf{m}(\mathbf{r}_{1,2}) = \mathbf{m}_0 + \nabla \mathbf{m} d\mathbf{r}_{1,2}$$

Поскольку отклонение в ориентации \mathbf{m} мало, то $\Delta \mathbf{m} = \nabla \mathbf{m} d\mathbf{r} \perp \mathbf{m}_0$. Тогда

$$\mathbf{m}_1 \mathbf{m}_2 = m_0^2 + (\nabla \mathbf{m})^2 d^2 r \quad \text{Тогда изменение обменной энергии имеет вид:}$$

$$\Delta U_F = \frac{r_s}{2} \int (\nabla \mathbf{m})^2 d^2 r$$

где r_s – спиновая жесткость $r_s = \frac{e^2 / \epsilon l}{16\sqrt{2}p}$

Фаза Бэрри и спиновые волны

Помимо обменного взаимодействия или потенциальной энергии существует энергия прецессии спина в обменном поле. Определить ее можно, если учесть фазу Бэрри.

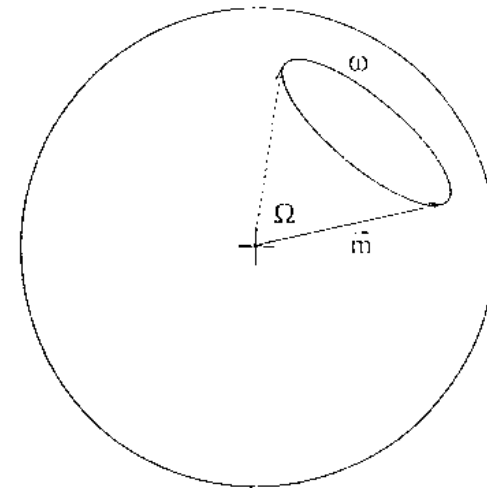
$$e^{ig} = e^{i\Omega S} = e^{i \oint A(m) dm} = e^{i \oint A(m) \frac{dm}{dt} dt} \quad \nabla_m \times A = m$$

$$L_1 = S \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{m}) \quad \mathcal{L}_1 = \frac{v}{4\pi l^2} \int d^2 r \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \cdot \mathbf{A}[\mathbf{m}]$$

$$\mathcal{L} = \frac{v}{4\pi l^2} \int d^2 r \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \cdot \mathbf{A}[\mathbf{m}] - \frac{1}{2} \rho_s \int d^2 r [\nabla m''(\mathbf{r})] \cdot [\nabla m''(\mathbf{r})]$$

$$\frac{d\mathbf{m}_q}{dt} = \frac{4\pi\rho_s q^2}{\hbar v} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{m}_q$$

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + d\mathbf{m}(\mathbf{q}, \omega) \exp(i[\mathbf{q}\mathbf{r} - \omega t])$$



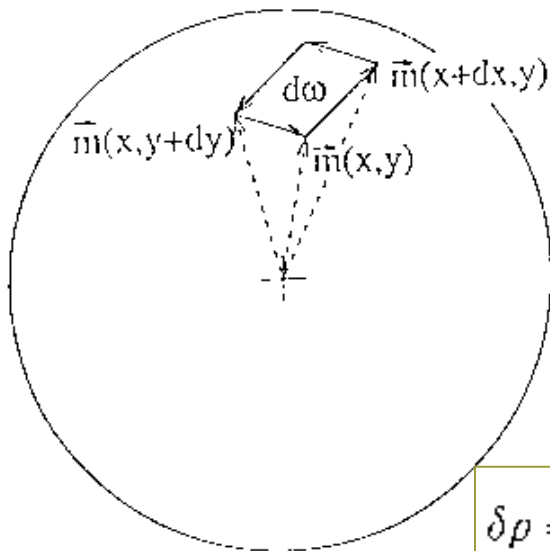
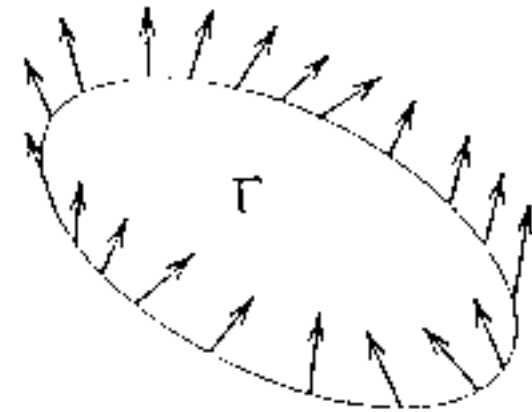
$$\hbar\omega = \frac{4\pi\rho_s}{n} q^2$$

Спиновые вихри с зарядом

$$H = - \sum_{j=1}^N \mathbf{b}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{S}_j \quad \Delta\Phi = \frac{\Omega}{4\pi} \Phi_0 \quad \oint_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = - \frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{J} \times d\mathbf{r} = \sigma_{xy} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad \frac{dQ}{dt} = + \frac{\sigma_{xy}}{c} \frac{d\Phi}{dt} \quad \Delta Q = - ev \frac{\Delta\Phi}{\Phi_0}$$

$$\sigma_{xy} = - \frac{ve^2}{h} \quad \Delta Q = - ev \frac{\Omega}{4\pi}$$



$$(x, y) \rightarrow (x + dx, y) \rightarrow (x + dx, y + dy) \rightarrow (x, y + dy) \rightarrow (x, y)$$

$$\mathbf{m}(x, y) \rightarrow \mathbf{m}(x + dx, y) \rightarrow \mathbf{m}(x + dx, y + dy) \rightarrow \mathbf{m}(x, y + dy) \rightarrow \mathbf{m}(x, y)$$

$$d\omega = [\mathbf{m}(x + dx, y) - \mathbf{m}(x, y)] \times [\mathbf{m}(x, y + dy) - \mathbf{m}(x, y)] \cdot \mathbf{m}(x, y)$$

$$d\omega = \frac{1}{2} \epsilon_{uv} \mathbf{m} \cdot \hat{c}_u \mathbf{m} \times \hat{c}_v \mathbf{m} dx dy \quad \Omega = \int_{\Gamma} dx dy \frac{1}{2} \epsilon_{uv} \mathbf{m} \cdot \hat{c}_u \mathbf{m} \times \hat{c}_v \mathbf{m}$$

$$\Delta Q = - \frac{ev}{8\pi} \int_{\Gamma} dx dy \epsilon_{uv} \mathbf{m} \cdot \hat{c}_u \mathbf{m} \times \hat{c}_v \mathbf{m}$$

$$\delta\rho = - \frac{ev}{8\pi} \epsilon_{uv} \mathbf{m} \cdot \hat{c}_u \mathbf{m} \times \hat{c}_v \mathbf{m} \quad \text{- топологический индекс Понтрягина}$$

Скирмионы

$$\mathcal{L} = \frac{v}{4\pi l^2} \int d^2r \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \cdot \mathbf{A}[\mathbf{m}] - \frac{1}{2} \rho_s \int d^2r [\nabla m^a(r)] \cdot [\nabla m^a(r)] + \sum_{\mathbf{q}} V(-\mathbf{q}) \delta \rho_{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{q}} \frac{2\pi}{\epsilon q} \delta \rho_{-\mathbf{q}} \delta \rho_{\mathbf{q}}$$

При не нулевом g -факторе к этому выражению необходимо добавить энергию Зеемана, нелинейное. Солитонное решение при данном Лангранжиане – скирмион с размером λ и энергией $E(g)$.

$$\left(\frac{\lambda}{l}\right)^3 = \left(\frac{9\pi^2}{2^8}\right) \left(\frac{l}{\epsilon a}\right) (g |\ln g|)^{-1} \quad E(g) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{e^2}{\epsilon l} \left[1 + \frac{3\pi}{4} \left(\frac{18}{\pi}\right)^{1/6} \left(\frac{\epsilon a}{l}\right)^{1/3} (g |\ln g|)^{1/3} \right]$$

Сдвиг Найта

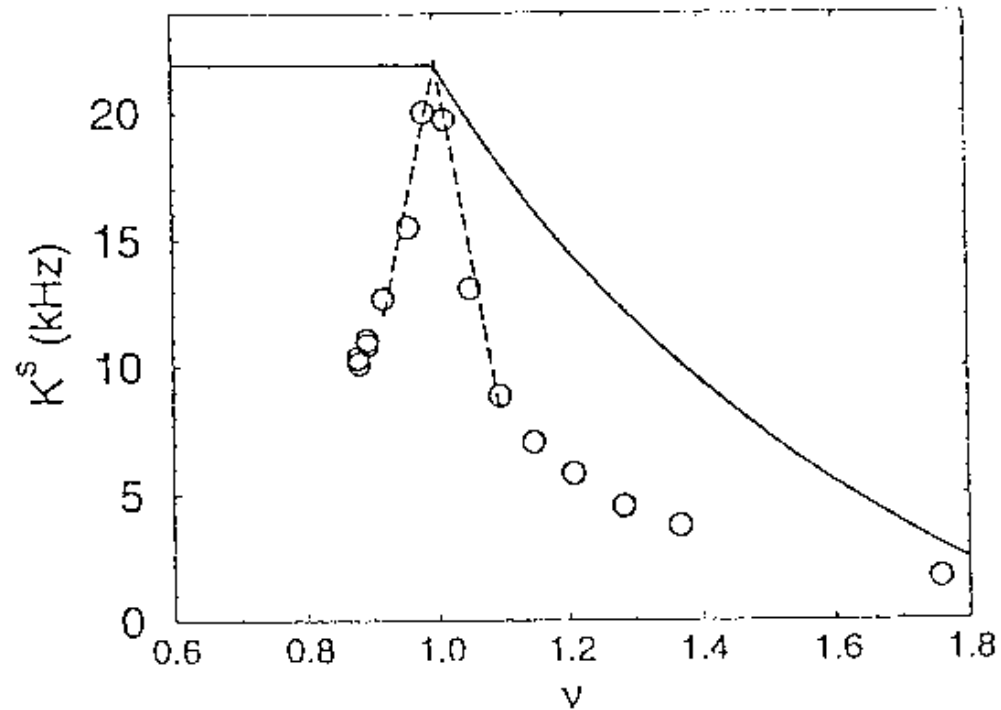


Figure 5.3. Knight shift measurements of the electron spin polarization of a 2DEG in the vicinity of filling factor $\nu = 1$. (After Ref. [26].)

Метод наклонных полей

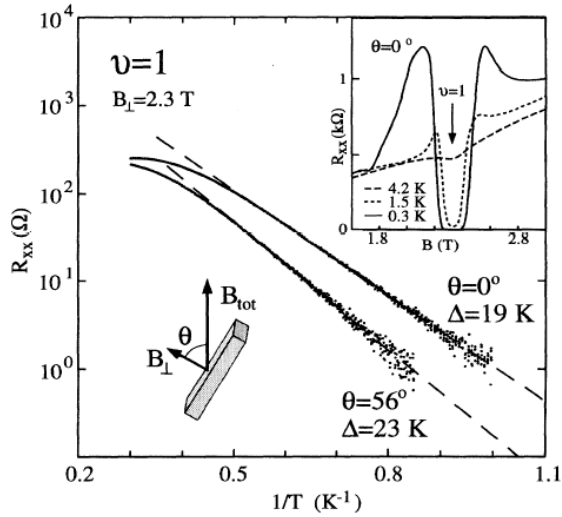


FIG. 1. Arrhenius plots of the longitudinal resistance R_{xx} at filling factor $\nu = 1$ ($B_{\perp} = 2.3$ T) for sample S11. The data sets are recorded for tilt angles $\Theta = 0^{\circ}$ and 56° . The experimental geometry is shown in the lower left inset. The upper right inset displays traces of R_{xx} at $\theta = 0$ vs magnetic field around $\nu = 1$.

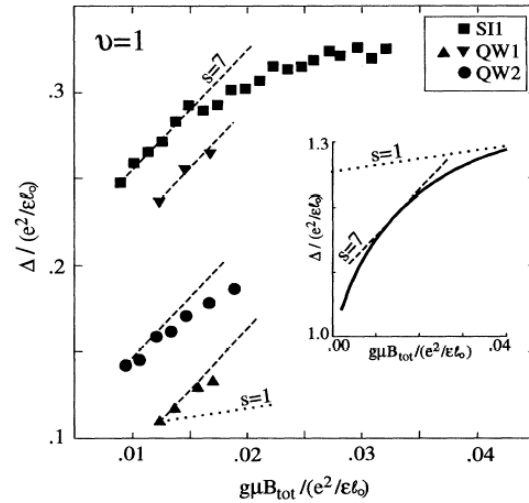


FIG. 2. Results of tilted-field experiments on the $\nu = 1$ QHE. The energy gaps Δ at fixed B_{\perp} are plotted vs the Zeeman energy $g\mu_B B_{\text{tot}}$, both in units of $e^2/\epsilon\ell_0$. Each data set starts with $\theta = 0$ and $B_{\text{tot}} = B_{\perp}$ at the lower left. On the quantum well samples we use gate electrodes to tune the electron densities [11]. From top to bottom the samples had electron densities $0.6, 1.0, 0.6,$ and $1.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ and mobilities $3.4, 0.52, 0.18,$ and $0.16 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, respectively. For comparison we include lines with $\partial\Delta/\partial(g\mu_B B_{\text{tot}}) = s = 7$ (dashed) and 1 (dotted). The inset shows a Hartree-Fock result of Skyrmin theory (full line) [514].

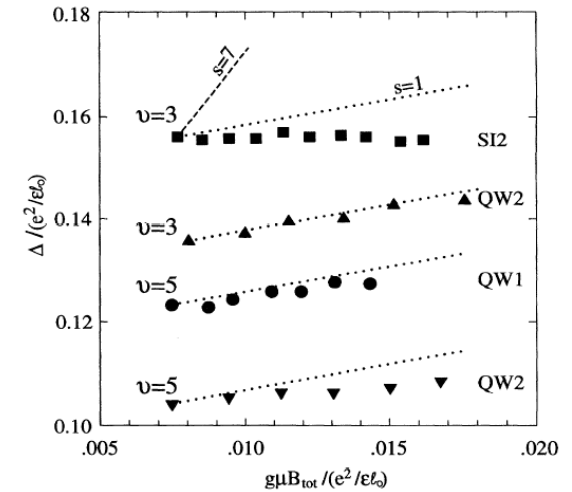


FIG. 3. Energy gaps vs Zeeman energy as in Fig. 2, but now at filling fractions $\nu = 3$ and 5 (as indicated). Again, we include lines with $s = 1$ (dotted) and 7 (dashed) for comparison. The sample parameters for the data sets from top to bottom were electron densities $1.3, 1.4, 2.1,$ and $2.1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$; and mobilities $2.8, 0.38, 2.0,$ and $0.48 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

$$\Delta = \Delta_{0,s}(B_{\perp}) + s|g|\mu_B B_{\text{tot}}$$