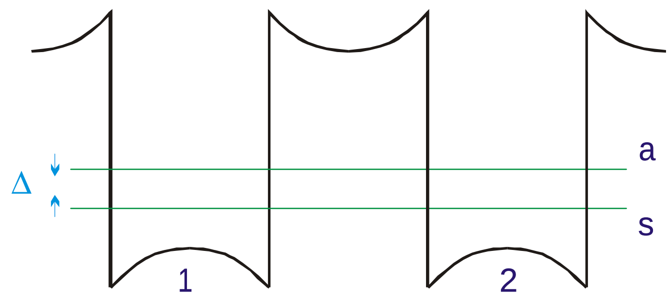
Квантовый эффект Холла в двуслойных системах.

1. Ферромагнитное состояние при $\nu = 1$.
2. Псевдоспиновые волны.
3. Мероны.
4. Эксперимент.

Псевдоспин в двуслойных системах

$$\Psi_{\uparrow,\downarrow}(r) = c_{1,2}(z)y\,(x,y)$$

$\chi_{1,2}$ (z) - волновые функции в 1-ой и 2-ой ямах, в пренебрежении взаимного туннелирования. Псевдоспином называют некий векторный оператор s матричный вид, которого в представлении функций совпадает с видом матриц Паули для обычного спина.



$$s_z c_1 = \frac{1}{2} c_1 \quad s_z c_2 = -\frac{1}{2} c_2 \qquad 2s_x c_1 = c_2 \quad 2s_x c_2 = c_1 \qquad 2s_y c_1 = c_2 \quad 2s_y c_2 = -c_1$$

В данном подходе туннелирование рассматривается как возмущение в приближении туннельного гамильтониана T:

$$T = \begin{pmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta & 0 \end{pmatrix} = \Delta \cdot s_x$$

При этом в отсутствии остальных возмущений псевдоспиноры являются собственными функциями s_x, т. е.

$$s_x c_\uparrow = \frac{1}{2} c_\uparrow \Leftrightarrow c_\uparrow = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_1 + c_2) \qquad s_x c_\downarrow = -\frac{1}{2} c_\downarrow \Leftrightarrow c_\downarrow = \frac{1}{\sqrt{2}}(c_1 - c_2)$$

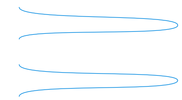
В этом смысле туннелирование можно рассматривать как проявление эффекта Зеемана в псевдомагнитном поле приложенном вдоль оси x.

Ферромагнитное состояние при ν = 1

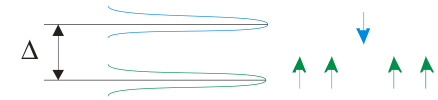
1. Дублетное расщепление D ***много больше кулоновского взаимодействия.***

$$\Delta >> \frac{e^2}{\mathbf{l}_c}$$

Псевдоспиновая поляризация основного состояния максимальна и $S_x = \frac{N}{2}$



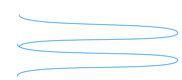
В данном случае кулоновскую энергию необходимо учитывать по теории возмущения, что приводит к обменному усилению дублетного расщепления.



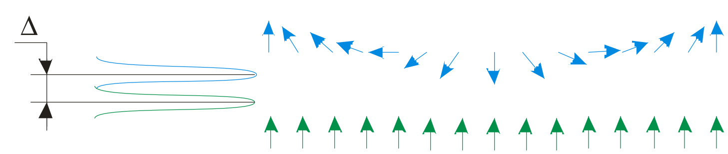
2. Дублетное расщепление D ***сравнимо с кулоновского взаимодействием.***

$$\Delta \le \frac{e^2}{\mathbf{l}_c}$$

$$\Psi[Z:\chi] = A[\Phi[Z]\alpha_1\cdots\alpha_{N_1}\beta_{[1]}\cdots\beta_{[N_1]}]$$



$$\Phi(Z) = \prod_{i\neq j}^{N}(Z_i - Z_j)\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_k^N |Z_k|^2\right)$$ - асимметричная



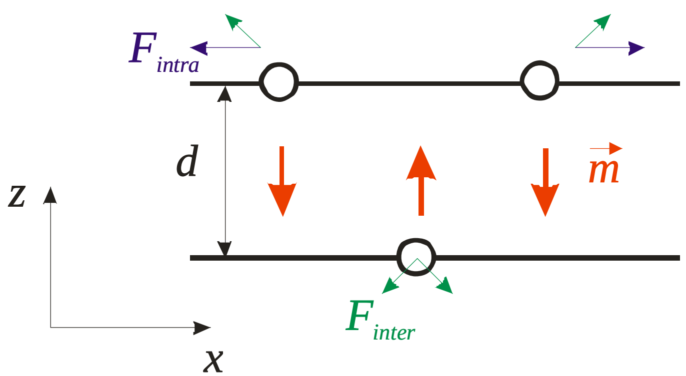
Поскольку координатная функция асимметрична, то псевдоспиновая часть волновой функции симметрична поэтому все псевдоспиноры могут находится в одном состоянии, т. е. основное состояние – полностью поляризовано по псевдоспину, т.е. псевдоферромагнитно.

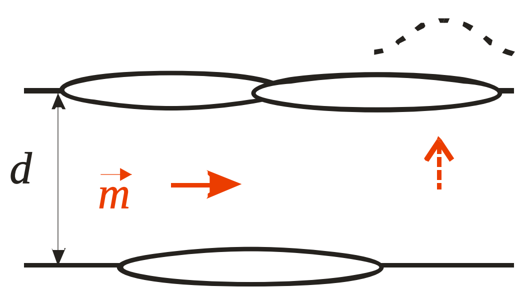
Кулоновское взаимодействие приводит к псевдоспиновым волнам и вихревым возбуждениям – меронам.

Кулоновское взаимодействие

Спиновые волны в двумерном ферромагнетике рассчитываются методами теории поля, а именно вводится некое спиновое поле ***m***(*r*) и определяют его волновые решения вида: $\vec{m} = \vec{m}_0 + d\vec{m}(\vec{q},\omega)\exp(i[\vec{q}\vec{r} - \omega t])$ При этом $ql \ll 1$, $|m|=|dm|/2=1$

$\vec{m}(r)$ - единичный вектор направление, которого совпадает с направлением псевдоспина электрона.





$$V_{inter} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\sqrt{r^2+d^2}} \qquad V_{intra} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$$

$$d\vec{m} = \vec{m}_z + \left(\vec{\nabla}\vec{m}\right)d\vec{r}$$

Поскольку изменение псевдоспиновой поляризации ведет к пространственному переносу заряда, помимо изменения обменной энергии надо учитывать изменение энергии возникающего электрического поля.

$$V_f = \int\left(V_{inter} - V_{intra}\right)\psi(r)^2 m(r)^2 d^2r \approx \beta\int m_z^2 d^2r$$

Обменное взаимодействие

$$U_F = \int \frac{e^2}{|r_1 - r_2|} y_1(r_1) y_2(r_2) m_1(r_1) m_2(r_2) d^2 r_1 d^2 r_2$$

$$\vec{m}(r_{1,2}) = \vec{m}_0 + \nabla \vec{m}\, \overrightarrow{dr_{1,2}}$$

Поскольку отклонение в ориентации m мало, то $\delta \boldsymbol{m} \perp \boldsymbol{m}$.

$$\vec{m}_1 \vec{m}_2 = m_0^2 + (dm)^2$$

Тогда изменение обменной энергии имеет вид:

$$\boxed{\Delta U_F = \frac{r_s}{2} \int \left((\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 \right) d^2 r + \frac{r_z}{2} \int \left((\nabla m_z)^2 \right) d^2 r}$$

где ρ_z, r_s – спиновые жесткости

Псевдоспиновое поле и его волны

$$\mathcal{L}_1 = \frac{\nu}{4\pi l^2}\int d^2 r\,\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t}\cdot \mathbf{A}[\mathbf{m}] \qquad \nabla_m \times A = m$$

$$L = L_1 - V_f - \Delta U_F = \int\left[\frac{n}{4pl^2}\frac{\partial \vec{m}}{\partial t}\vec{A}[m] - b\,(m_z)^2 + \frac{r_s}{2}\left((\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2\right) + \frac{r_z}{2}\left((\nabla m_z)^2\right)\right]d^2 r$$

Из полученного Лангранжиана можно получить классические уравнения движения для псевдоспина, откуда уже получают спектр псевдоспиновых волн.

$$w_q^2 = \left(\frac{4p}{n}\right)^2 \left(2b + q^2 r_z\right) q^2 r_s$$

При малых q

$$\boxed{w_q = \frac{4p}{n}\sqrt{2b\,r_s}\,q}$$

Таким образом спектр волн линейный, что характерно для систем со сверхтекучестью при малых скоростях течения. Таким образом, в таких системах вполне можно ожидать появления сверхпроводимости.

Мероны

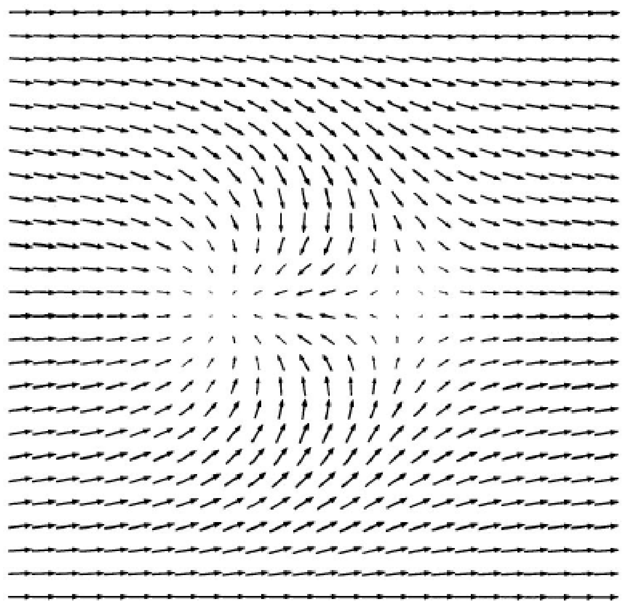
Подобно спиновым, псевдоспиновые текстуры в условиях реализации квантового эффекта Холла также приобретают электрический заряд пропорциональный топологическому индексу Понтрягина.

$$q(\mathbf{r}) = -\frac{\nu}{8\pi}\epsilon_{\nu\mu}\mathbf{m}(\mathbf{r})\cdot[\partial_\nu \mathbf{m}(\mathbf{r})\times\partial_\mu \mathbf{m}(\mathbf{r})]$$

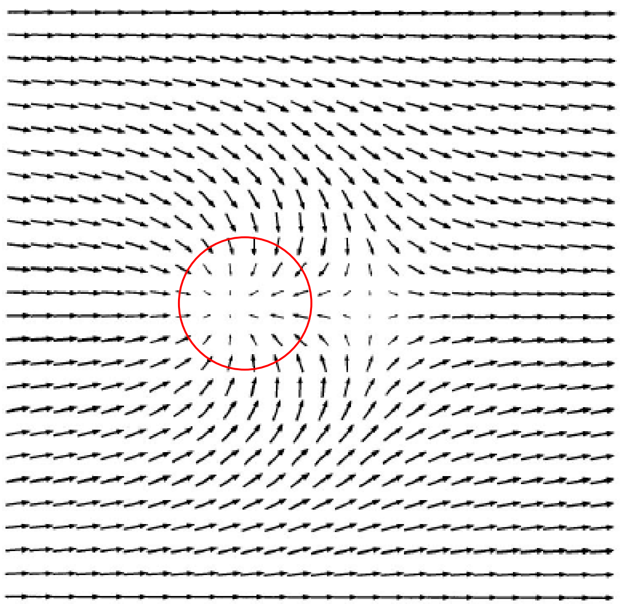
$$H = \frac{\rho_E}{2}\int d\mathbf{r}(\nabla m^\mu)^2 + \tfrac{1}{2}\int d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}'\, q(\mathbf{r})V(\mathbf{r}-\mathbf{r}')q(\mathbf{r}') + \frac{\Delta_{\mathrm{SAS}}}{4\pi\ell^2}\int d\mathbf{r}(m_x(\mathbf{r})-1) + \beta\int d\mathbf{r}(m^z)^2$$
$$- \frac{e^2d^2}{16\pi\epsilon}\int \frac{d\mathbf{q}}{4\pi^2} q m^z_{-\mathbf{q}} m^z_{\mathbf{q}} + \frac{\rho_A-\rho_E}{2}\int d\mathbf{r}(\nabla m^z)^2$$

Учитывая электрическое взаимодействие между псевдоспиновыми структурами можно получить нелинейные решения, которые описывают псевдоспиновые структуры мероны. При этом зарядовые возмущения описывающие щель при n=1 представляют собой бимероны, а точнее при температурной активации возникают бимерон и анти-бимерон.

Скирмион и бимерон



Скирмион $d=0$



Бимерон $d=l_c$

Существование меронов ждет своего экспериментального подтверждения !!!