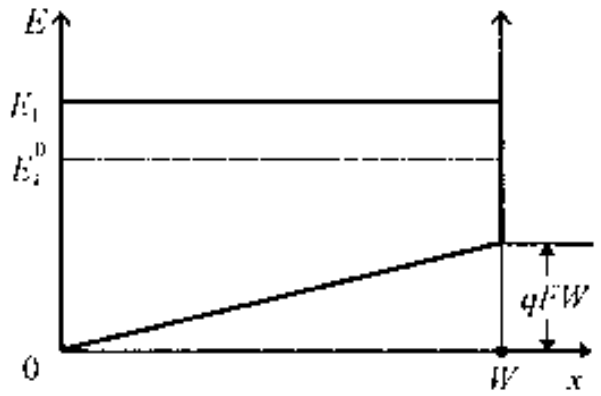
Наноструктуры в электрическом поле

1. Тонкие пленки в электрическом поле.
2. Параболическая квантовая яма.
3. Интерференционная передислокация электронной плотности.
4. Задача об автоэмисии.

Функции Эйри



$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Psi''(x)+qFx\Psi(x)=E\Psi(x)$$

$$Z=\left(x-\frac{E}{qF}\right)\left(\frac{2mqF}{\hbar^2}\right)^{1/3} \qquad \Psi''(Z)-Z\Psi(Z)=0$$

$$\Psi(Z)=C_1\mathrm{Ai}(Z)+C_2\mathrm{Bi}(Z)$$

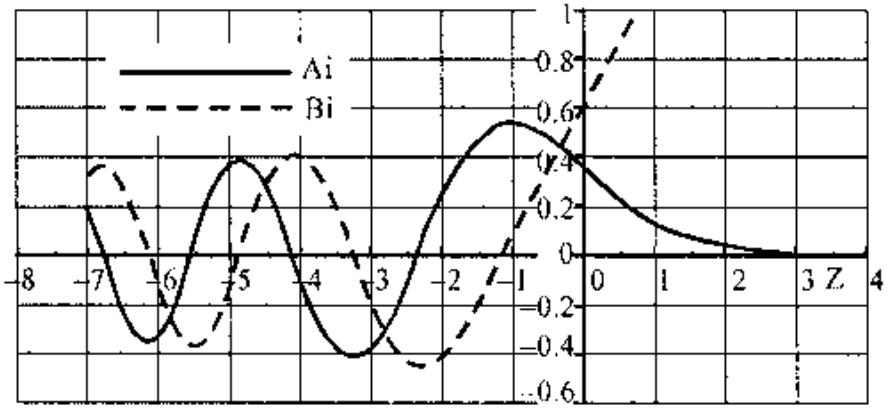
$$y(z^+)=y(z^-)=0$$

$$z^+=z(W)$$

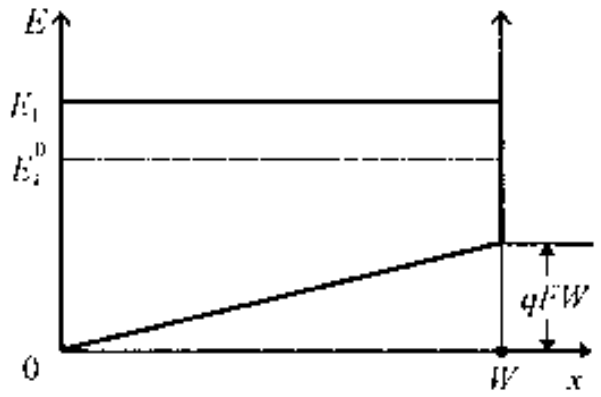
$$z^-=z(0)$$

Спектральное уравнение

$$\mathrm{Ai}(Z^+)\mathrm{Bi}(Z^-)-\mathrm{Ai}(Z^-)\mathrm{Bi}(Z^+)=0$$



Треугольная яма



$$W \to \infty$$

$$\Psi(x) \to 0 \quad \text{при } x = 0 \text{ и } x \to \infty. \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0$$

Спектральное уравнение

$$\mathrm{Ai}(z)\big|_{x=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_n = -\alpha_n \left(\frac{h^2 q^2 F^2}{2m}\right)^{1/3}$$

$$E_n \approx \left(\frac{h^2}{2m}\right)^{1/3} \left[\frac{3}{2} qF\pi(n + 0.75)\right]^{2/3}$$

Точность 2%

Эффект Штарка в тонких пленках

Первый порядок теории возмущений

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V} \qquad \hat{H}_0 y_i^{(0)} = E_i^{(0)} y_i^{(0)} \qquad \hat{V} = qFx \quad \Rightarrow \quad E_i^{(1)} = E_i^{(0)} + V_{ii}$$

$$V_{ii} = \int y_{0i}^{*} \hat{V} y_{0i} dx = qF \int y_{0i}^{*} x y_{0i} dx \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{V_{ii} = qF \langle x \rangle_{ii}}$$

В случае тонкой пленки

$$E_n^{(0)} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\pi}{W}\right)^2 n^2, \qquad n = 1, 2, 3\ldots,$$

$$\Psi_n^{(0)} = \sqrt{\frac{2}{W}} \sin\left(\frac{\pi}{W} nx\right) \qquad \text{при} \qquad 0 \le x \le W.$$

$$V_{nn} = \int_0^W \Psi_n^{(0)*} \hat{V} \Psi_n^{(0)} dx = 0.5qFW$$

$$E_n^{(1)} \approx \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\pi}{W}\right)^2 n^2 + 0.5qFW$$

Поляризация квантовой ямы

$$\Psi_n^{(1)} \approx \Psi_n^{(0)} + \sum_{l \neq n} \frac{V_{ln}}{E_n^{(0)} - E_l^{(0)}} \Psi_l^{(0)}$$

Второй порядок теории возмущений

$$\Delta E_n^{(2)} = V_{nn} + \sum_{l \neq n} \frac{|V_{ln}|^2}{E_n^{(0)} - E_l^{(0)}}$$

В случае тонкой пленки, для основного состояния

$$V_{l1} = \int_0^W \Psi_l^{(0)*} V \Psi_1^{(0)} dx = \frac{-4[1 + (-1)^l] lqFW}{\pi^2 (l-1)^2 (l+1)^2}$$

$$E_1^{(2)} = E_1^{(0)} + 0.5qFW - \left(\frac{4}{\pi}\right)^4 \frac{(qFW)^2}{E_1^{(0)}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k+1)^2}{(2k+1)^5 (2k+3)^5}$$

Дипольный момент основного состояния

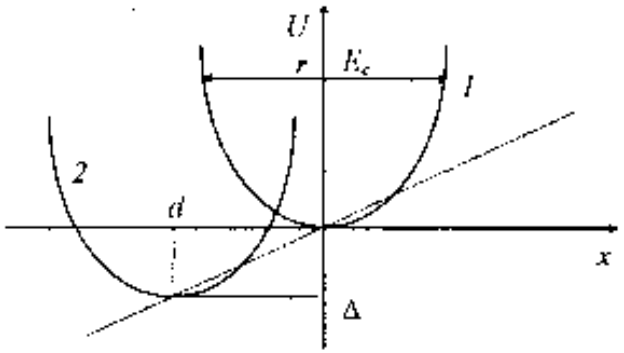
$$\hat{d} = q(x - \tfrac{1}{2}W) \qquad \langle d \rangle_{11}^{(0)} = 0 \qquad \langle d \rangle_{11}^{(1)} = q \sum_{l \neq 1} \frac{V_{l1}}{E_l^{(0)} - E_1^{(0)}} \langle x \rangle_{l1} \neq 0$$

Энергия диполя в электрическом поле

$$\hat{U} = -F\hat{d}$$

$$U^{(2)} = -Fq \sum_{l \neq 1} \frac{V_{l1}}{E_l^{(0)} - E_1^{(0)}} \langle x \rangle_{l1} = \sum_{l \neq 1} \frac{V_{l1}^2}{E_1^{(0)} - E_l^{(0)}}$$

Параболическая квантовая яма



$$U(x) = V(x) + qFx$$

$$U(x) = 0.5Kx^2 + qFx \qquad \Delta = -\frac{(qF)^2}{2K} \qquad d = -\frac{qF}{K}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Psi''(x) + (0.5Kx^2 + qFx)\Psi(x) = E\Psi(x)$$

$$z = x - d$$

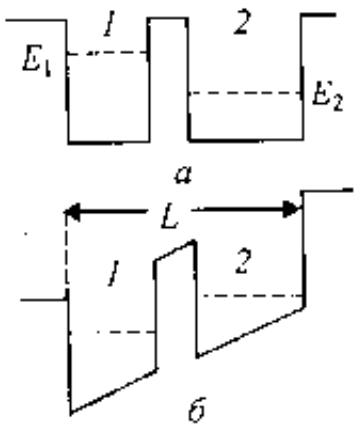
$$-\frac{h^2}{2m}\Psi''(z) + 0.5Kz^2\Psi(z) = \left(E + \frac{(qF)^2}{2K}\right)\Psi(z)$$

$$\Psi_n(z) = \Psi_n^{(л)}(x-d) \qquad E_n = \hbar\omega(n+0.5) + \Delta, \quad n = 0, 1, 2 \ldots; \qquad \omega = \sqrt{K/m}$$

$$K = 8\frac{E_C}{r^2} \qquad \Delta = -\frac{(qF)^2}{16E_C}r^2 \qquad d = -\frac{qF}{8E_C}r^2$$

$E_C = 0.255$ эВ, r = 400 нм и $F = 10^3$ В/см $\qquad d \cong 8$ нм

Антикроссинг в двойных ямах



Первый порядок теории возмущений

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{T} \qquad \Psi = C_l \Psi_l + C_r \Psi_r$$

Представление Ψ_l и Ψ_r

$$\hat{H}_0 = \begin{Vmatrix} E_l & 0 \\ 0 & E_r \end{Vmatrix} \qquad \hat{T} = \begin{Vmatrix} 0 & T_{lr} \\ T_{rl} & 0 \end{Vmatrix}$$

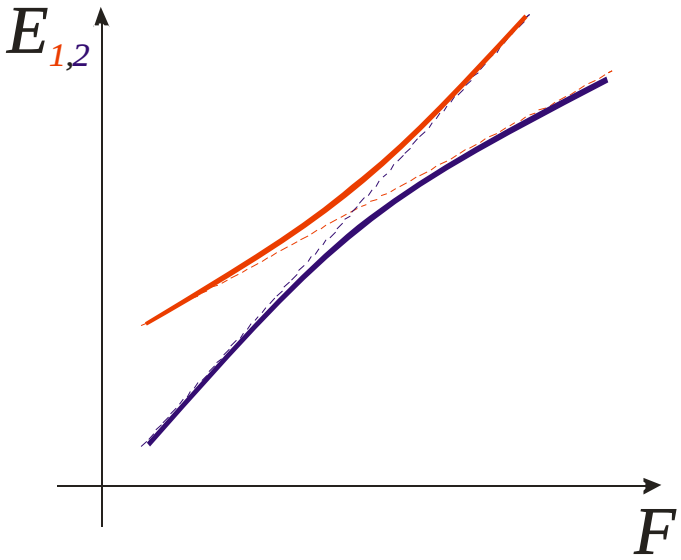
Уравнение Шредингера

$$\begin{Vmatrix} E_l & T_{lr} \\ T_{rl} & E_r \end{Vmatrix} \begin{pmatrix} C_l \\ C_r \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} C_l \\ C_r \end{pmatrix}$$

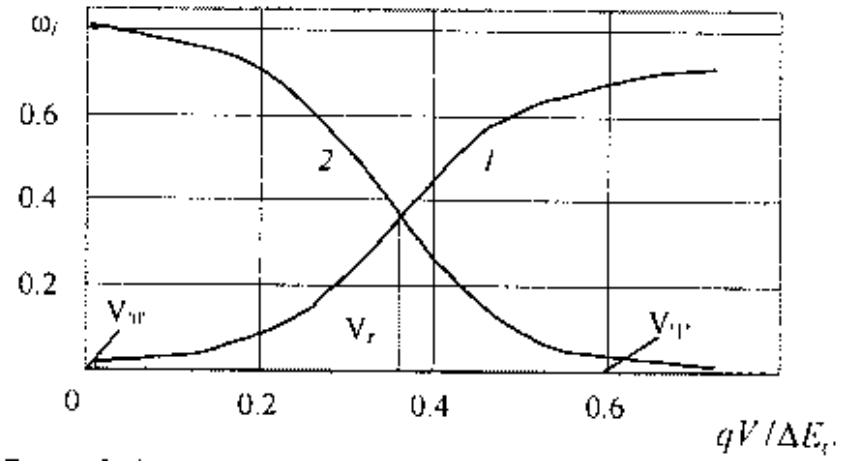
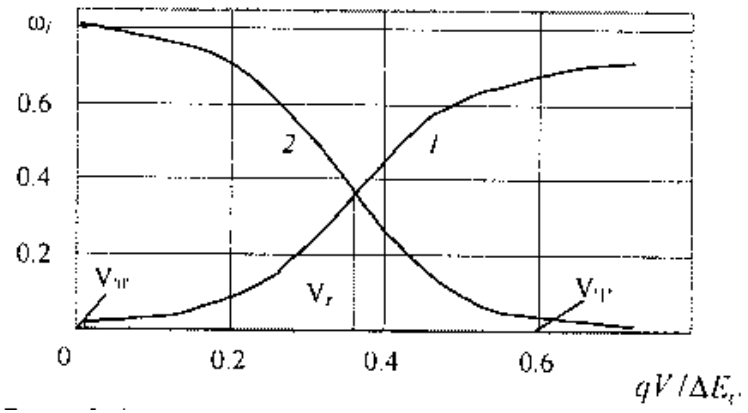
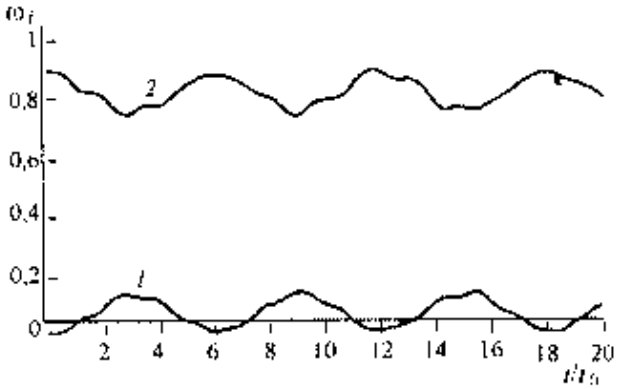
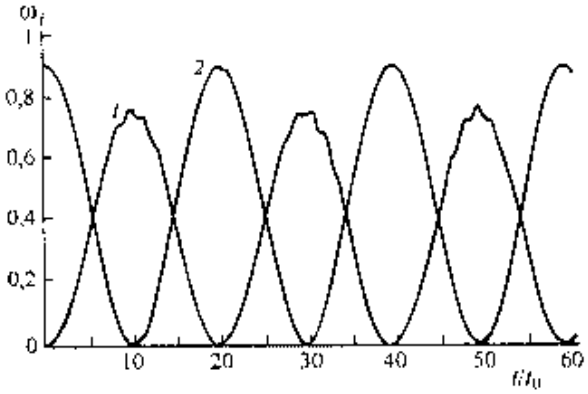
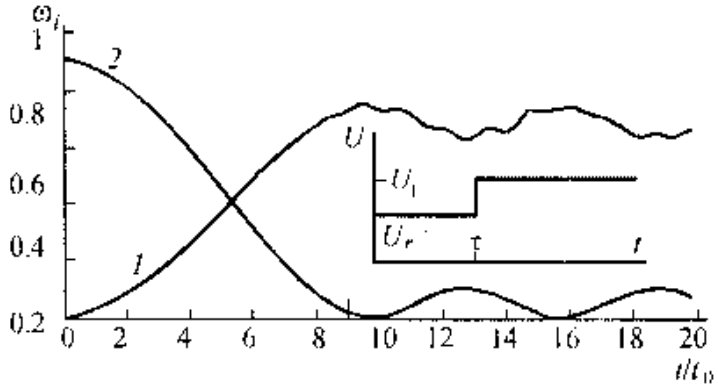
$$\begin{vmatrix} E_l - E & T_{lr} \\ T_{rl} & E_r - E \end{vmatrix} = 0$$

$$E_{1,2} = \frac{1}{2}\left[E_l + E_r \pm \sqrt{(E_l - E_r)^2 + 4T_{lr}^2} \right]$$

Интерференционная передислокация



$$\omega_i(t) = \int |\Psi(x,t)|^2 dx$$



Импульсная передислокация