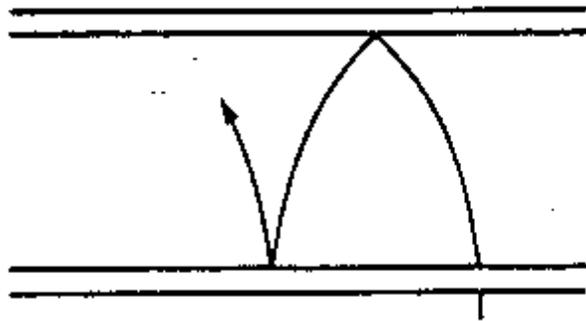
A decorative graphic consisting of a thin gold circle on the left side. A thick black bracket is positioned on the left, and a thick gold bracket is on the right, both framing a horizontal bar. The bar has a gradient from dark olive green on the left to light yellow on the right. The title text is centered within this bar.

# Наноструктуры в магнитном и скрещенных полях

1. Тонкие пленки в магнитном поле.
2. Орбитальный и диамагнитный эффекты.
3. Скрещенные магнитное и электрическое поле.
4. Краевые состояния.
5. Резонансное туннелирование в планарном магнитном поле.

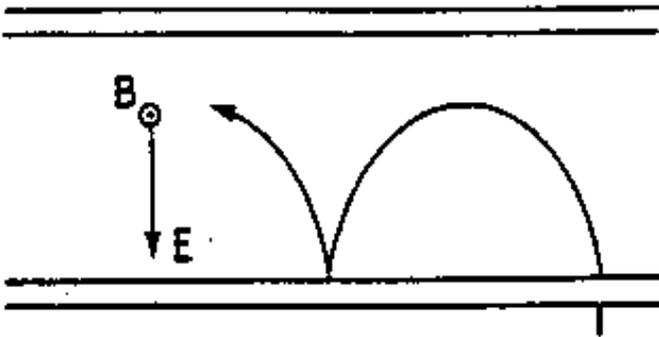
# Тонкие пленки в планарном магнитном поле



$$H = \frac{p_x^2}{2m_*} + \frac{p_z^2}{2m_*} + \frac{1}{2m_*} (p_y - eBz)^2 + U(z)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m_*} \frac{d^2 j}{dz^2} + \left[ \frac{1}{2m_*} (p_y - eBz)^2 + U(z) \right] j = E_z(p_y) j$$

$$E = \frac{p_x^2}{2m_*} + E_z(p_y)$$



# Орбитальный и диамагнитный эффекты

## Первый порядок теории возмущений

$$V = \frac{e^2 B^2}{2m_*} z^2 - \frac{p_y e B}{m_*} z \quad E_n^{(1)} = E_n + \langle V \rangle = E_n + \frac{e^2 B^2}{2m_*} \langle z^2 \rangle - \frac{p_y e B}{m_*} \langle z \rangle$$

$$\dot{\mathbf{K}} = \dot{\mathbf{p}} \times \mathbf{r} \quad \dot{\mathbf{M}} = g \dot{\mathbf{K}} \quad g = \frac{e}{m_*}$$

$$U_{orb} = (\dot{\mathbf{M}}, \mathbf{B}) = g (\dot{\mathbf{p}}, \mathbf{r}, \mathbf{B}) = -\frac{p_y e B}{m_*} \langle z \rangle$$

$$U_{dia} = \frac{e^2 B^2}{2m_*} \langle z^2 \rangle$$

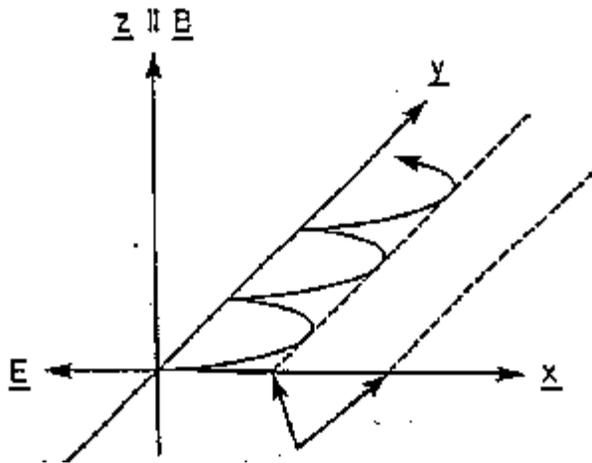
## Второй порядок теории возмущений

$$E_n^{(2)} = E_n + E_n^{(1)} + \sum_{l \neq n} \frac{V_{ln}^2}{E_l - E_n} = E_n + E_n^{(1)} + \frac{p_y^2 e^2 B^2}{m_*^2} \sum_{l \neq n} \frac{z_{ln}^2}{E_l - E_n}$$

$$E_z(p_y) - E_z(0) = \frac{p_y^2}{2m_*} + \frac{p_y^2 e^2 B^2}{m_*^2} \sum_{l \neq n} \frac{z_{ln}^2}{E_l - E_n}$$

$$\frac{1}{m_{*y}} = \frac{1}{m_*} + \frac{2e^2 B^2}{m_*^2} \sum_{l \neq n} \frac{z_{ln}^2}{E_l - E_n}$$

# Скрещенные поля



$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \frac{(p + eA)^2}{2m^*} + eE \cdot r \\ &= \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{p_z^2}{2m^*} + \frac{p_y^2 + 2ep_y Bx + e^2 B^2 x^2}{2m^*} - eEx \end{aligned}$$

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{m^* \omega_c^2}{2} (x - X_0)^2 - eEX_0 + \frac{m^* v_d^2}{2} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} \right) \phi(x) = \epsilon \phi(x)$$

$$X_0 = \frac{m^* E}{eB^2} - \frac{\hbar k_y}{eB} \quad m^* v_d^2 / 2 = m^* E^2 / 2B^2$$

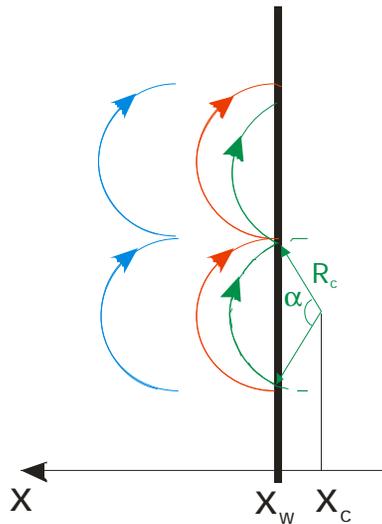
$$\epsilon_n = (n + 1/2) \hbar \omega_c + m^* v_d^2 / 2 - eEX_0(k_y)$$

# Уровни Ландау

## Уравнение Ландау

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} c(x) + (p_y + eBx)^2 c(x) = E_n c(x)$$

$$x_c = \frac{p_y}{eB}$$



## Правило квантования Бора-Зомерфельда

$$\frac{1}{2\pi\hbar} \oint p dx = n + \frac{1}{2}$$

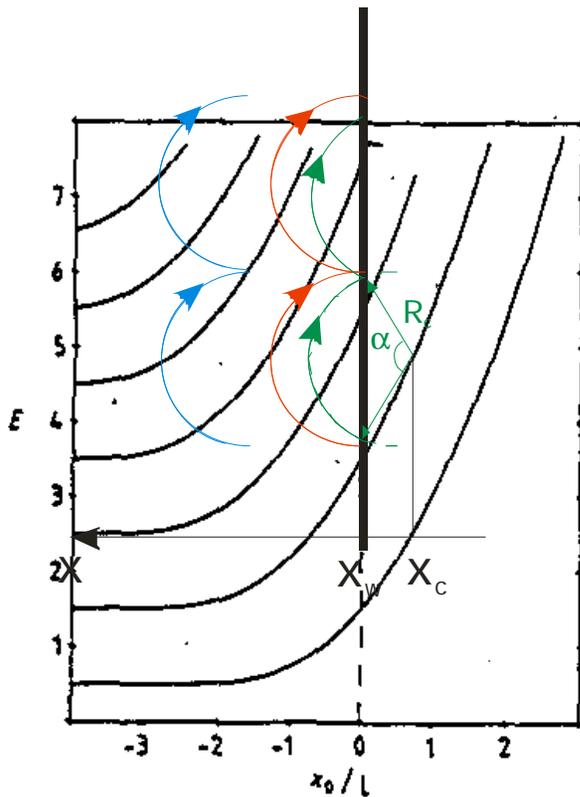
$$\frac{1}{2} p_n R_c = (n + \frac{1}{2}) \hbar$$

## 2-й закон Ньютона

$$\frac{p_n^2}{mR_c} = \frac{eBp_n}{m} \Rightarrow R_c = \frac{p_n}{eB}$$

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_c$$

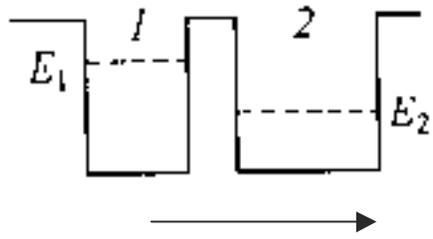
# Краевые состояния



$$a = 2 \arccos\left(\frac{\Delta x}{R_c}\right) \quad \frac{1}{p} p_n R_c \arccos\left(\frac{\Delta x}{R_c}\right) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar$$

$$E_n(x_c) = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{1}{2p} \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar w_c \arccos^{-1}\left(\frac{\Delta x}{R_c}\right)$$

# Резонансное 2D-2D туннелирование B = 0



Золотое правило Ферми

$$dw_{fi} = \frac{2p}{\hbar} |T_{fi}|^2 d(E_f - E_i) dn_f \quad T_{fi} = T_{12} \int \Phi_1(x, y) \Phi_2^*(x, y) dx dy$$

$$\Phi_{1,2}(x, y) = A_{1,2} \exp[(p_{x1,2}x + p_{y1,2}y) i/\hbar] \Rightarrow T_{fi} = T_{12} d(p_{x1} - p_{x2}) d(p_{y1} - p_{y2})$$

↓

Закон сохранения энергии

$$E_f = E_i$$

⇒

$$\frac{p_{x1}^2}{2m} + \frac{p_{y1}^2}{2m} + E_1 = \frac{p_{x2}^2}{2m} + \frac{p_{y2}^2}{2m} + E_2$$

Закон сохранения поперечного импульса

$$p_{x1} = p_{x2}$$

$$p_{y1} = p_{y2}$$

Условие РТ

$$E_1 = E_2$$

# Резонансное 2D-2D туннелирование В II z

## Калибровка Ландау

$$\Phi_{1,2}(x, y) = A_{1,2} \exp\left[\frac{ip_{x1,2}x}{\hbar}\right] c_{1,2}(y)$$

$$c_{1,2}(y) = \frac{1}{p^{1/4} \mathbf{l}^{1/2} \sqrt{2^{n_{1,2}} n_{1,2}!}} \exp\left[-\frac{(y - y_{01,2})^2}{2\mathbf{l}^2}\right] H_{n_{1,2}}\left(\frac{y - y_{01,2}}{\mathbf{l}}\right) \Rightarrow T_{fi} = T_{12} d(n_1 - n_2) d(y_{01} - y_{02})$$

## Закон сохранения энергии

$$E_f = E_i \quad \Rightarrow \quad (n_1 + 1/2)\hbar\omega_c + E_1 = (n_2 + 1/2)\hbar\omega_c + E_2$$

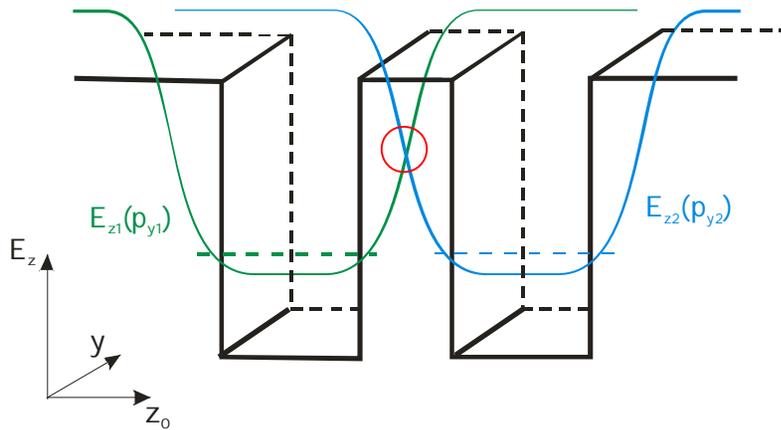
## Закон сохранения центра орбиты и магнитного числа

$$n_1 = n_2 \quad y_{01} = y_{02}$$

## Условие РТ

$$E_1 = E_2$$

# Резонансное 2D-2D туннелирование В $\perp z$



$$z_0 = \frac{p_y}{eB} \quad E = \frac{p_x^2}{2m_x} + E_z(p_y)$$

$$\Phi_{1,2}(x, y) = A_{1,2} \exp[(p_{x1,2}x + p_{y1,2}y)/\hbar]$$

$$\Psi_{1,2}(\vec{r}) = \Phi_{1,2}(x, y)j(z, p_{y1,2})$$

$$T_{fi} = T_{12}(p_{y1,2})d(p_{x1} - p_{x2})d(p_{y1} - p_{y2})$$

Закон сохранения энергии

$$E_f = E_i$$

Закон сохранения поперечного импульса

$$p_{x1} = p_{x2} \quad p_{y1} = p_{y2}$$

Условие РТ

$$E_{z1}(p_y) = E_{z2}(p_y)$$