Экранирование в двумерных системах

1. Модель неполяризуемой квантовой ямы.
2. Степенное экранирование.
3. Поляризуемость и фриделевские осцилляции.
4. Плазмоны.
5. Формула Кубо и спектроскопия многоподзонных двумерных систем.

Модель не поляризуемой квантовой ямы

$$\nabla \cdot (\varkappa \nabla \phi) = -4\pi\rho, \qquad \rho = \rho_{\text{внеш}} + \rho_{\text{инд}} \qquad \rho_{\text{инд}}(\mathbf{r}) = -e[N_s(\bar{\phi}) - N_s(0)]\delta(z),$$

$$\rho_{\text{инд}}(\mathbf{r}) = -e\bar{\phi}(\mathbf{r})\frac{dN_s}{d\phi}\delta(z) = -e^2\bar{\phi}(\mathbf{r})\frac{dN_s}{dE_F}\delta(z), \qquad R_c >> w = \sqrt{\left\langle z^2 - \langle z\rangle^2 \right\rangle}$$

$$df \approx dE_0 \qquad dm = dE_0 + dE_F = 0 \Rightarrow \qquad \frac{dN_s}{df} \approx \frac{dN_s}{dE_0} = -\frac{dN_s}{dE_F} = -g_{2D}(E_F)$$

$$\nabla \cdot (\varkappa \nabla \phi) - 2\bar{\varkappa}\,\bar{q}_s\bar{\phi}(\mathbf{r})\delta(z) = -4\pi\rho_{\text{внеш}}, \qquad \bar{q}_s = \frac{2\pi e^2}{\bar{\varkappa}}\frac{dN_s}{dE_F}$$

$$\boxed{q_s^{-1} >> w = \sqrt{\left\langle z^2 - \langle z\rangle^2 \right\rangle}}$$

Экранирование двумерной системой

3D

$$\nabla^2\phi - Q_s^2\phi = -4\pi\rho_{\text{внеш}}/\varkappa \qquad Q_s = q_{TF} = \sqrt{\frac{4pe^2}{k}\frac{dn_{3D}}{dE_F}} \qquad \phi = (Ze/\varkappa R)\exp(-Q_s R)$$

2D

$$\phi(\mathbf{r}, z) = \int_0^\infty qA_q(z)J_0(q, r)dq \qquad \bar{A}_q = \frac{Ze}{\bar{\varkappa}}\frac{e^{qz_0}}{q + \bar{q}_s} \qquad \bar{q}_s r \gg 0, \qquad \bar{\phi}(r) \sim \frac{Ze(1 + \bar{q}_s z_0)}{\bar{\varkappa}\,\bar{q}_s^2 r^3}$$

$$\bar{q}_s = \frac{2\pi e^2}{\bar{\varkappa}}\frac{dN_s}{dE_F} = \frac{2pe^2}{k}g_{2D}(E_F) \qquad g_{2D}(E_F) = 2\frac{m}{2p\mathbf{h}^2}$$

Боровский радиус

$$a_b = \frac{k\mathbf{h}^2}{me^2}$$

$$q_s = 2a_b^{-1}$$

Поляризуемость

$$\mathbf{P}(\mathbf{q},\omega) = \chi(\mathbf{q},\omega)\mathbf{F}(\mathbf{q},\omega)\delta(z) \qquad \chi(\mathbf{q},\omega) = \frac{e^2}{q^2L^2}\lim_{\alpha\to 0}\sum \frac{f_0(E_{\mathbf{k}}) - f_0(E_{\mathbf{k+q}})}{E_{\mathbf{k+q}} - E_{\mathbf{k}} - \hbar\omega - i\hbar\alpha}$$

$$E_k = \hbar^2k^2/2m \qquad \chi = \chi_1 + i\chi_2$$

$$\chi_1 = \frac{2me^2N_s}{\hbar^2k_Fq^3}\left\{\frac{q}{k_F} - C_-\left[\left(\frac{q}{2k_F} - \frac{mk_F\omega q}{\hbar}\right)^2 - \right]^{1/2} - C_+\left[\left(\frac{q}{2k_F} + \frac{mk_F\omega q}{\hbar}\right)^2 - 1\right]^{1/2}\right\}$$

$$\chi_2 = \frac{2me^2N_s}{\hbar^2k_Fq^3}\left\{D_-\left[1 - \left(\frac{q}{2k_F} - \frac{mk_F\omega q}{\hbar}\right)^2\right]^{1/2} - D_+\left[1 - \left(\frac{q}{2k_F} + \frac{mk_F\omega q}{\hbar}\right)^2\right]^{1/2}\right\}$$

$$C_\pm = \operatorname{sgn}\left(\frac{q}{2k_F} \pm \frac{mk_F\omega q}{\hbar}\right) \qquad D_\pm = 0, \quad \left|\frac{q}{2k_F} \pm \frac{mk_F\omega q}{\hbar}\right| > 1$$

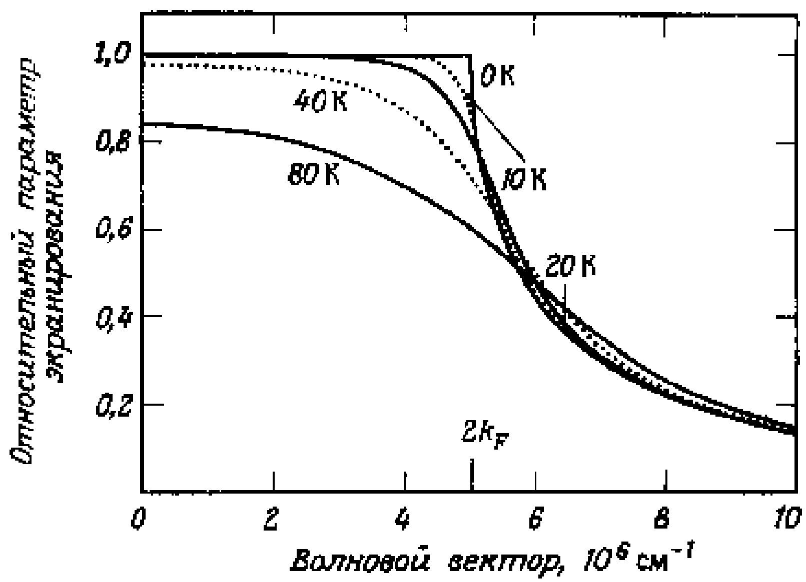
$$C_\pm = 0, \quad D_\pm = 1, \quad \left|\frac{q}{2k_F} \pm \frac{mk_F\omega q}{\hbar}\right| < 1$$

Диэлектрическая проницаемость

$$\varkappa(\mathbf{q}, \omega) = \varkappa + 2\pi\beta\chi(\mathbf{q}, \omega)$$

$$\varkappa(\mathbf{q}, 0) = \varkappa\left(1 + \frac{q_s}{q}\right), \; q \leqslant 2k_F,$$

$$\varkappa(\mathbf{q}, 0) = \varkappa\left[1 + \frac{q_s}{q}\left\{1 - \left[1 - \left(\frac{2k_F}{q}\right)^2\right]^{1/2}\right\}\right], \; q > 2k_F$$

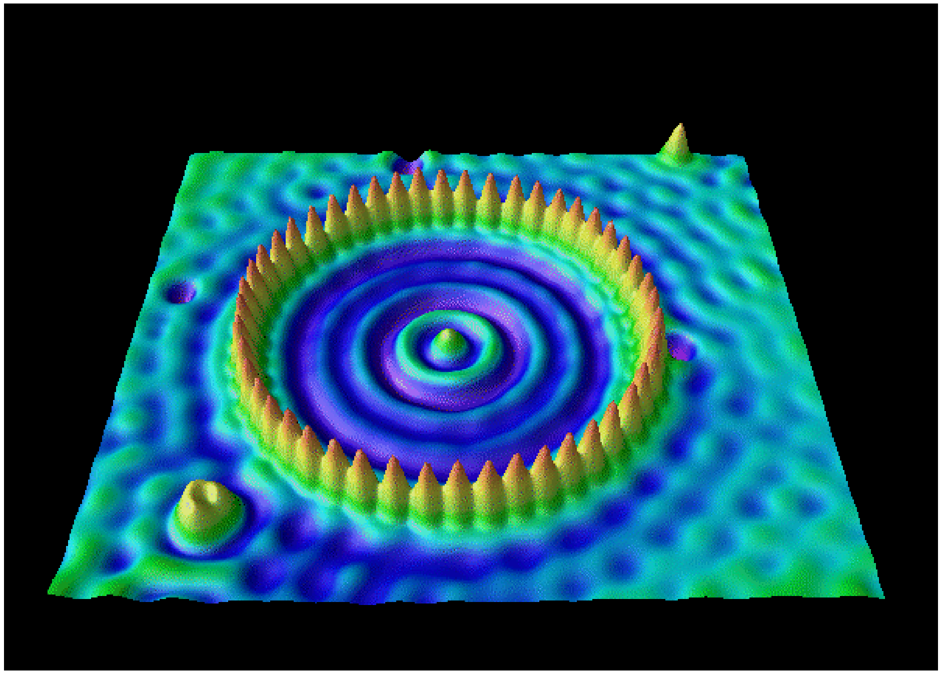


Фриделевские осцилляции

$$r_{внеш} = Zed(r)$$

$$\nabla \cdot (\varkappa \nabla \phi) - 2\bar{\varkappa}\,\bar{q}_s \bar{\phi}(\mathbf{r})\delta(z) = -4\pi\rho_{внеш},$$

$$\bar{\phi}(\mathbf{r}) \sim -\frac{Zeq_s}{\varkappa}\,\frac{4k_F^2}{(2k_F + q_s)^2}\,\frac{\sin(2k_F r)}{(2k_F r)^2}$$



Плазмоны

Идеальный двумерный газ

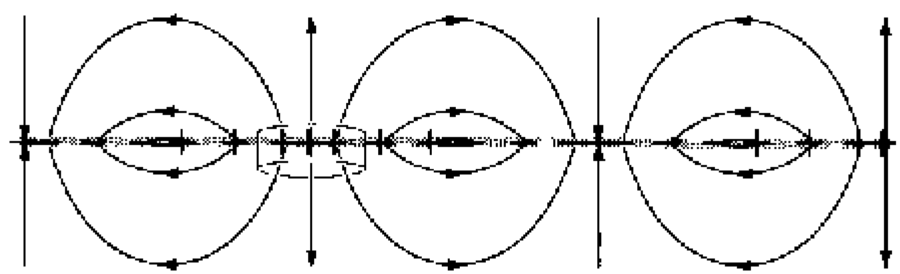
$$\boxed{\varkappa(\mathbf{q},\,\omega) = 0.}$$

$$m\omega \gg \hbar q k_F \qquad \chi = -N_s e^2/m\omega^2, \qquad q^2 - \frac{\varkappa\omega^2}{c^2} = \left(\frac{m\varkappa\omega^2}{2\pi N_s e^2}\right)^2$$

$$q < 2\pi N_s e^2/mc^2, \qquad \Rightarrow \qquad q \sim \varkappa^{1/2}\omega/c.$$

При более низких частотах и высоких плотностях возникает эффект экранирования

$$\boxed{\omega_p^2 = \frac{2\pi N_s e^2 q}{m\varkappa} + \frac{3}{4} q^2 v_F^2}$$



Формула Кубо

В равновесии потоки равны

$$j_e = nev = nemE \qquad j_d = -D\frac{dn}{dx}$$

$$j_e = j_d$$

$$E = -\frac{dj}{dx}$$

$$nem\frac{dj}{dx} = D\frac{dn}{dx} \Rightarrow nem = D\frac{dn}{dj}$$

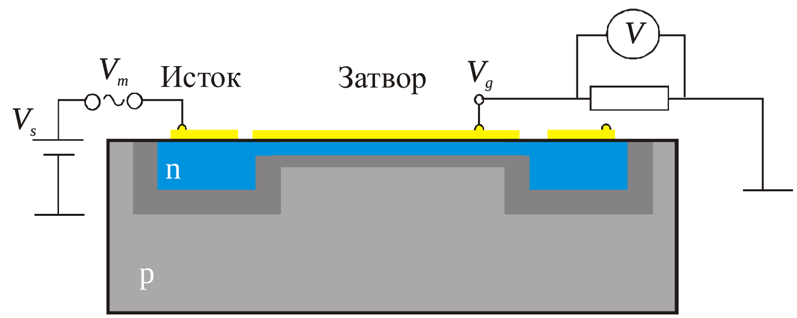
В приближении не поляризуемой квантовой ямы

$$s = nem = D\frac{dn}{dE_F} \quad \Rightarrow \quad \boxed{s = Dg_{2D}\left(E_F\right)}$$

Спектроскопия двумерных систем

Емкостная спектроскопия

$$C_F = e g_{2D}(E_F)$$



Транспортная спектроскопия

$$s = D g_{2D}(E_F)$$