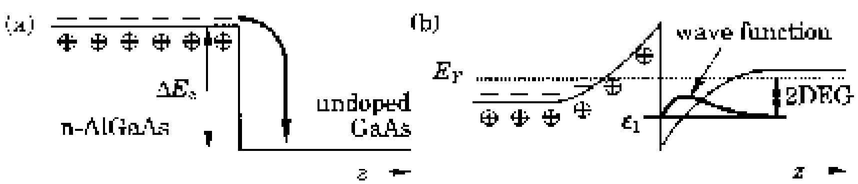
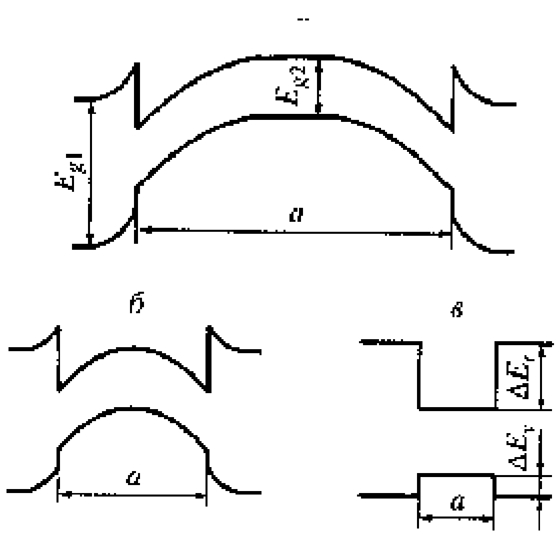
Рассеяние в двумерных системах

1. Рассеяние на отдаленных примесях.
2. Подвижность и длина пробега.
3. Рассеяние на фононах. Температурная зависимость подвижности.
4. Понятие о функции Грина, диаграммах Феймана и собственно-энергетической функции.

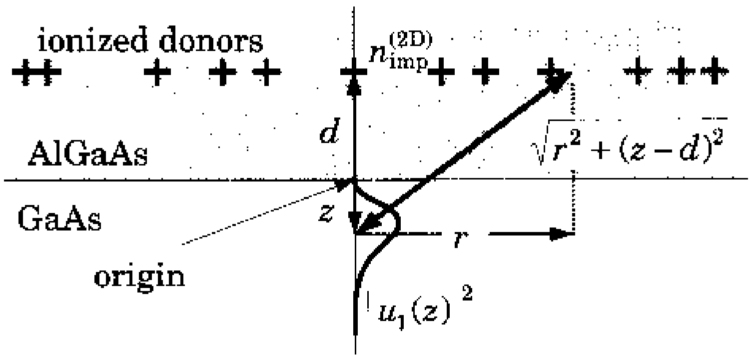
Модулированное легирование





Модулированное легирование необходимо, во-первых, для формирования квантовой ямы, во-вторых для уменьшения рассеяния носителей тока.

Рассеяние на примесной плоскости



Задача сводится к двумерной только в модели неполяризуемой квантовой ямы, т. е. при d>>z.

$$V_{uns} = \frac{e^2}{4pe_0 e\sqrt{r^2+d^2}}$$

$$\frac{1}{\tau_{\rm tr}} = n_{\rm imp}^{(2D)} \frac{m}{2\pi\hbar^3 k_{\rm F}^3} \int_0^{2k_{\rm F}} |\tilde{V}(q)|^2 \frac{q^2\,dq}{\sqrt{1-(q/2k_{\rm F})^2}}$$

- Борновское приближение

$$\tilde{V}_{\rm uns}(q) = \int_0^\infty r\,dr \int_0^{2\pi} d\theta\, \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{\rm b}\sqrt{r^2+d^2}}\, e^{iqr\cos\theta} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{\rm b}} \int_0^\infty \frac{2\pi J_0(qr)\,r\,dr}{\sqrt{r^2+d^2}} = \frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_{\rm b}} \frac{\exp(-qd)}{q}$$

Учет экранирования

$$\tilde{V}_{\rm scr}(q) = \frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_{\rm b}} \frac{e^{-qd}}{q+q_{\rm TF}}$$

$$V_{\rm scr}(r) \sim \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{\rm b}} \frac{q_{\rm TF}(1+q_{\rm TF}d)}{(q_{\rm TF}r)^3}$$

$$\boxed{\frac{1}{\tau_{\rm tr}} = n_{\rm imp}^{(2D)} \frac{m}{2\pi\hbar^3 k_{\rm F}^3} \left(\frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_{\rm b}}\right)^2 \int_0^{2k_{\rm F}} \frac{\exp(-2q|d|)}{(q+q_{\rm TF})^2} \frac{q^2\,dq}{\sqrt{1-(q/2k_{\rm F})^2}}}$$

Подвижность и длина пробега

Для высокоподвижных двумерных систем d >> q_{TF}^{-1} и d >> $l_F = k_F$
в тоже время q не может сильно превышать 1/d
из-за множителя e^{-qd}.

$$q_{\mathrm{TF}} = 2/a_{\mathrm{B}}$$

$$\frac{1}{\tau_{\mathrm{tr}}} = n_{\mathrm{imp}}^{(2\mathrm{D})} \frac{m}{2\pi\hbar^3 k_{\mathrm{F}}^3} \left(\frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_{\mathrm{b}} q_{\mathrm{TF}}}\right)^2 \int_0^\infty q^2 e^{-2q|d|} dq = n_{\mathrm{imp}}^{(2\mathrm{D})} \frac{m}{8\pi\hbar^3 (k_{\mathrm{F}}|d|)^3} \left(\frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_{\mathrm{b}} q_{\mathrm{TF}}}\right)^2 = \frac{\pi\hbar n_{\mathrm{imp}}^{(2\mathrm{D})}}{8m(k_{\mathrm{F}}|d|)^3}$$

$$\mu = e\tau_{\mathrm{tr}}/m \qquad l_{\mathrm{tr}} = v_{\mathrm{F}}\tau_{\mathrm{tr}}$$

$$\boxed{\mu = \frac{8e(k_{\mathrm{F}}|d|)^3}{\pi\hbar n_{\mathrm{imp}}^{(2\mathrm{D})}}} \qquad \boxed{l_{\mathrm{tr}} = \frac{32\pi n_{2\mathrm{D}}^2 |d|^3}{n_{\mathrm{imp}}^{(2\mathrm{D})}}}$$

$$n_{2\mathrm{D}} = 3\times 10^{15}\,\mathrm{m}^{-2},\ k_{\mathrm{F}} = 0.14\,\mathrm{nm}^{-1} \qquad |d| = 30\,\mathrm{nm} \text{ and } n_{\mathrm{imp}}^{(2\mathrm{D})} = 10^{16}\,\mathrm{m}^{-2}$$

Оценка

$$l_{\mathrm{tr}} \approx 2.4\,\mu\mathrm{m} \quad \mu \approx 27\,\mathrm{m}^2\,\mathrm{V}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1}$$

Численный расчет интеграла

$$l_{\mathrm{tr}} \approx 5.0\,\mu\mathrm{m} \quad \mu \approx 56\,\mathrm{m}^2\,\mathrm{V}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1}$$

Рассеяние на примесях в объеме

$$\frac{1}{t_{tr}} \sim \int_{-\infty}^{+\infty} n_{imp}^{(2D)}(d)\, e^{-2q|d|} dd = n_{imp}^{(3D)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2q|d|} dd = \frac{n_{imp}^{(3D)}}{q}$$

$$\frac{1}{\tau_{\mathrm{tr}}} = n_{\mathrm{imp}}^{(3\mathrm{D})} \frac{m}{2\pi\hbar^3 k_{\mathrm{F}}^3} \left(\frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_{\mathrm{b}}}\right)^2 \int_0^{2k_{\mathrm{F}}} \frac{1}{(q+q_{\mathrm{TF}})^2} \frac{q\,dq}{\sqrt{1-(q/2k_{\mathrm{F}})^2}}$$

$$\boxed{\frac{1}{\tau_{\mathrm{tr}}} \approx n_{\mathrm{imp}}^{(3\mathrm{D})} \frac{m}{2\pi\hbar^3 k_{\mathrm{F}}^3} \left(\frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_{\mathrm{b}}}\right)^2}$$

$$n_{2\mathrm{D}} = 3 \times 10^{15}\,\mathrm{m}^{-2} \qquad n_{\mathrm{imp}}^{(3\mathrm{D})} = 10^{21}\,\mathrm{m}^{-3} \qquad \mu \approx 70\,\mathrm{m}^2\,\mathrm{V}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1}$$

Для достижения высокой подвижности в двумерной системе необходимо не только увеличивать d, но и использовать особо чистый полупроводник.

Деформационный потенциал

$$V(R) = M(Q)\exp[i(QR - w_Q t)]$$

$$\vec{Q} = (\vec{q}, q_z)$$

$$V_{kk'mn}(Q) = \frac{M(\mathbf{Q})}{A}\int u_n^*(z)e^{-i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}}\, e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}+q_z z)}\, u_m(z)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\, d^3\mathbf{R}.$$

$$M(\mathbf{Q})\delta_{\mathbf{k}',\mathbf{k}+\mathbf{q}}\int u_n^*(z)e^{iq_z z}u_m(z)dz = M(\mathbf{Q})\delta_{\mathbf{k}',\mathbf{k}+\mathbf{q}}F'_{nm}(q_z)$$

$$W^+_{n\mathbf{k}',m\mathbf{k}}(\mathbf{Q}) = \frac{2\pi}{\hbar}N_{\mathbf{Q}}|M(\mathbf{Q})|^2|F'_{nm}(q_z)|^2\delta_{\mathbf{k}',\mathbf{k}+\mathbf{q}}\delta[\varepsilon(\mathbf{k}+\mathbf{q}) - \varepsilon(\mathbf{k}) - \hbar\omega_{\mathbf{Q}}]$$

$u(R) = U_0\cos(QR - w_Q t)$ - *абсолютное смещение атомов* $\qquad N_Q \approx kT\ /\ \hbar w_Q$

$e(R) = grad\,(u(R)) = -U_0 Q\cos(QR - w_Q t)$ - *относительная деформация*

$V(R) = \Xi e(R) = -\Xi U_0 Q\sin(QR - w_Q t) = -\sqrt{\dfrac{2\hbar}{\Omega r w_Q}}\,Q\Xi\sin(QR - w_Q t)$ - *деф. потенциал*

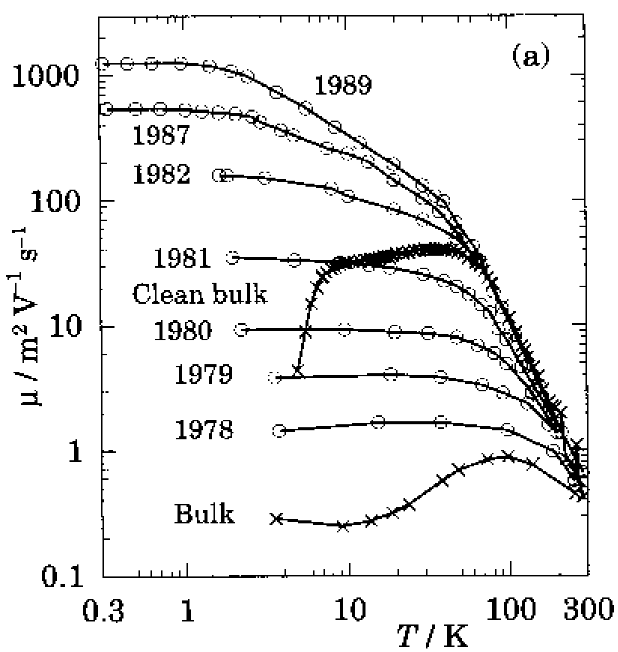
Рассеяние на фононах

$$W_{n\mathbf{k}',m\mathbf{k}}(\mathbf{Q}) = \frac{2\pi}{\hbar}\frac{2k_\mathrm{B}T}{\hbar v_\mathrm{s} Q}\frac{\hbar Q \Xi^2}{2\Omega\rho v_\mathrm{s}}|F'_{nm}(q_z)|^2 \delta_{\mathbf{k}',\mathbf{k}+\mathbf{q}}\delta[\varepsilon(\mathbf{k}+\mathbf{q})-\varepsilon(\mathbf{k})]$$

$$\frac{1}{t} = \sum_{k,k',q_z} W_{nk',mk}(Q) = \sum_{k,k'} W_{k,k'} \qquad \sum_{q_z}|F'_{nm}(q_z)|^2 \to \frac{L}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|F'_{nm}(q_z)|^2 dq_z = L\int_{-\infty}^{\infty}|u_n(z)|^2|u_\mathrm{m}(z)|^2 dz$$

$$W_{\mathbf{k},\mathbf{k}+\mathbf{q}} = \frac{2\pi}{\hbar}\frac{1}{A}\frac{k_\mathrm{B}T\Xi^2}{\rho v_\mathrm{s}^2}\frac{3b}{16}\delta[\varepsilon(\mathbf{k}+\mathbf{q})-\varepsilon(\mathbf{k})]$$

$$\boxed{\frac{1}{\tau} = \frac{3mbk_\mathrm{B}T\Xi^2}{16\rho v_\mathrm{s}^2\hbar^3}}$$



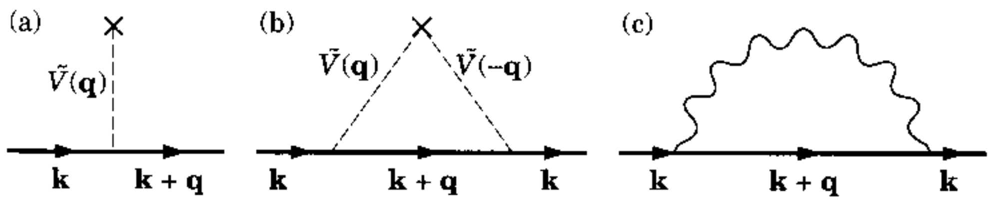
Понятие о собственно-энергии

$$\bar{\Sigma}(\mathbf{k}) \equiv \Delta\varepsilon(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{q},\mathbf{q}\neq 0} \frac{|\tilde{V}(\mathbf{q})|^2}{\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k}+\mathbf{q})} \qquad \Gamma(\mathbf{k}) \equiv \frac{\hbar}{\tau_i} = 2\pi \sum_{\mathbf{q}} |\tilde{V}(\mathbf{q})|^2 \, \delta[\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k}+\mathbf{q})]$$

$$\Sigma = \bar{\Sigma} - \tfrac{1}{2} i \Gamma = \sum_{\mathbf{q}} |\tilde{V}(\mathbf{q})|^2 \left\{ \mathcal{P} \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k}+\mathbf{q})} - i\pi\delta[\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k}+\mathbf{q})] \right\} = \sum_{\mathbf{q}} \frac{|\tilde{V}(\mathbf{q})|^2}{\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k}+\mathbf{q}) + i0_+}$$

$$\Psi(t) \propto \exp\left(-\frac{i[\varepsilon(\mathbf{k}) + \Sigma(\mathbf{k})]t}{\hbar}\right) = \exp\left(-\frac{i[\varepsilon(\mathbf{k}) + \bar{\Sigma}(\mathbf{k})]t}{\hbar}\right) \exp\left(-\frac{\Gamma(\mathbf{k})t}{2\hbar}\right)$$

Понятие о диаграммах



$$\tilde{V}^*(\mathbf{q}) = \tilde{V}(-\mathbf{q})$$

$$\Sigma(\mathbf{k}, E) = \sum_{\mathbf{q}} \tilde{V}(-\mathbf{q}) \frac{1}{E - \varepsilon(\mathbf{k}+\mathbf{q}) + i0_+} \tilde{V}(\mathbf{q})$$