A decorative graphic consisting of a thin gold circle on the left side. A thick black bracket is positioned on the left side of the circle, and a thick gold bracket is on the right side. A horizontal bar with a gold-to-white gradient is placed across the middle of the circle, containing the title text.

# Проводимость в магнитном поле

1. Проводимость как спектральная функция.
2. Осцилляции Шубникова-де-Гааза.
3. Самосогласованное Борновское приближение.
4. Неоднородное уширение уровней Ландау.
5. Межподзонное рассеяние в магнитном поле.

# Проводимость как спектральная функция

Формула Кубо

$$s = e^2 D \frac{dn}{dm} \quad n = \int_0^{\infty} g(e) f(e) de \quad f(e) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{e - m}{kT}\right)} \Rightarrow \frac{df(e)}{dm} = -\frac{df(e)}{de}$$

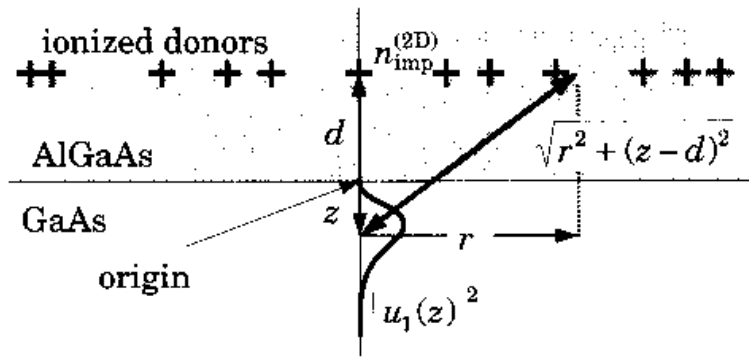
$$s = e^2 D \int_0^{\infty} \left(-\frac{df}{de}\right) g(e) de \quad \text{при } T = 0 \quad \frac{df(e)}{de} = -d(e - m) \Rightarrow s = e^2 D g(m)$$

$$s = \frac{ne^2 t}{m} \quad \Gamma = \frac{\hbar}{t} \propto \frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad s = e^2 D(s) g(m, s)$$

# [ Осцилляции Шубникова-де-Гааза ]

$$e_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c \quad g(e, B) = \frac{1}{2\pi l_c^2} \sum_0^{\infty} A_n (e - e_n)$$

# Рассеяние на примесной плоскости



Задача сводится к двумерной только в модели неполяризуемой квантовой ямы, т. е. при  $d \gg z$ .

$$V_{\text{uns}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 e \sqrt{r^2 + d^2}}$$

$$\frac{1}{\tau_{\text{tr}}} = n_{\text{imp}}^{(2D)} \frac{m}{2\pi \hbar^3 k_F^3} \int_0^{2k_F} |\tilde{V}(q)|^2 \frac{q^2 dq}{\sqrt{1 - (q/2k_F)^2}} \quad - \text{ Борновское приближение}$$

$$\tilde{V}_{\text{uns}}(q) = \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\theta \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_b \sqrt{r^2 + d^2}} e^{iqr \cos\theta} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_b} \int_0^\infty \frac{2\pi J_0(qr) r dr}{\sqrt{r^2 + d^2}} = \frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_b} \frac{\exp(-qd)}{q}$$

Учет экранирования

$$\tilde{V}_{\text{scr}}(q) = \frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_b} \frac{e^{-qd}}{q + q_{\text{TF}}}$$

$$V_{\text{scr}}(r) \sim \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_b} \frac{q_{\text{TF}}(1 + q_{\text{TF}}d)}{(q_{\text{TF}}r)^3}$$

$$\frac{1}{\tau_{\text{tr}}} = n_{\text{imp}}^{(2D)} \frac{m}{2\pi \hbar^3 k_F^3} \left( \frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_b} \right)^2 \int_0^{2k_F} \frac{\exp(-2q|d|)}{(q + q_{\text{TF}})^2} \frac{q^2 dq}{\sqrt{1 - (q/2k_F)^2}}$$

# Подвижность и длина пробега

Для высокоподвижных двумерных систем  $d \gg q_{TF}^{-1}$  и  $d \gg l_F = k_F^{-1}$  в тоже время  $q$  не может сильно превышать  $1/d$  из-за множителя  $e^{-qd}$ .

$$q_{TF} = 2/a_B$$

$$\frac{1}{\tau_{tr}} = n_{imp}^{(2D)} \frac{m}{2\pi \hbar^3 k_F^3} \left( \frac{e^2}{2\epsilon_0 \epsilon_b q_{TF}} \right)^2 \int_0^\infty q^2 e^{-2q|d|} dq = n_{imp}^{(2D)} \frac{m}{8\pi \hbar^3 (k_F |d|)^3} \left( \frac{e^2}{2\epsilon_0 \epsilon_b q_{TF}} \right)^2 = \frac{\pi \hbar n_{imp}^{(2D)}}{8m (k_F |d|)^3}$$

$$\mu = e\tau_{tr}/m$$

$$l_{tr} = v_F \tau_{tr}$$

$$\mu = \frac{8e(k_F |d|)^3}{\pi \hbar n_{imp}^{(2D)}}$$

$$l_{tr} = \frac{32\pi n_{2D}^2 |d|^3}{n_{imp}^{(2D)}}$$

$$n_{2D} = 3 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}, k_F = 0.14 \text{ nm}^{-1} \quad |d| = 30 \text{ nm and } n_{imp}^{(2D)} = 10^{16} \text{ m}^{-2}$$

Оценка

Численный расчет интеграла

$$l_{tr} \approx 2.4 \mu\text{m} \quad \mu \approx 27 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$l_{tr} \approx 5.0 \mu\text{m} \quad \mu \approx 56 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

# Рассеяние на примесях в объеме

$$\frac{1}{t_{tr}} \sim \int_{-\infty}^{+\infty} n_{imp}^{(2D)}(d) e^{-2q|d|} dd = n_{imp}^{(3D)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2q|d|} dd = \frac{n_{imp}^{(3D)}}{q}$$

$$\frac{1}{\tau_{tr}} = n_{imp}^{(3D)} \frac{m}{2\pi \hbar^3 k_F^3} \left( \frac{e^2}{2\epsilon_0 \epsilon_b} \right)^2 \int_0^{2k_F} \frac{1}{(q + q_{TF})^2} \frac{q dq}{\sqrt{1 - (q/2k_F)^2}}$$

$$\frac{1}{\tau_{tr}} \approx n_{imp}^{(3D)} \frac{m}{2\pi \hbar^3 k_F^3} \left( \frac{e^2}{2\epsilon_0 \epsilon_b} \right)^2$$

$$n_{2D} = 3 \times 10^{15} \text{ m}^{-2} \quad n_{imp}^{(3D)} = 10^{21} \text{ m}^{-3} \quad \mu \approx 70 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Для достижения высокой подвижности в двумерной системе необходимо не только увеличивать  $d$ , но и использовать особо чистый полупроводник.

# Деформационный потенциал

$$V(R) = M(Q) \exp[i(QR - w_0 t)]$$

$$Q = (\mathbf{q}, q_z)$$

$$V_{kk'mn}(Q) = \frac{M(Q)}{A} \int u_n^*(z) e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}} e^{i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + q_z z)} u_m(z) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3 \mathbf{R}.$$

$$M(Q) \delta_{\mathbf{k}', \mathbf{k} + \mathbf{q}} \int u_n^*(z) e^{iq_z z} u_m(z) dz = M(Q) \delta_{\mathbf{k}', \mathbf{k} + \mathbf{q}} F'_{nm}(q_z)$$

$$W_{nk', mk}^+(Q) = \frac{2\pi}{\hbar} N_Q |M(Q)|^2 |F'_{nm}(q_z)|^2 \delta_{\mathbf{k}', \mathbf{k} + \mathbf{q}} \delta[\varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{q}) - \varepsilon(\mathbf{k}) - \hbar \omega_Q]$$

$$u(R) = U_0 \cos(QR - w_0 t) - \text{абсолютное смещение атомов} \quad N_Q \approx kT / \hbar w_0$$

$$e(R) = \text{grad}(u(R)) = -U_0 Q \cos(QR - w_0 t) - \text{относительная деформация}$$

$$V(R) = \Xi e(R) = -\Xi U_0 Q \sin(QR - w_0 t) = -\sqrt{\frac{2\hbar}{\Omega r w_0}} Q \Xi \sin(QR - w_0 t) - \text{деф. потенциал}$$

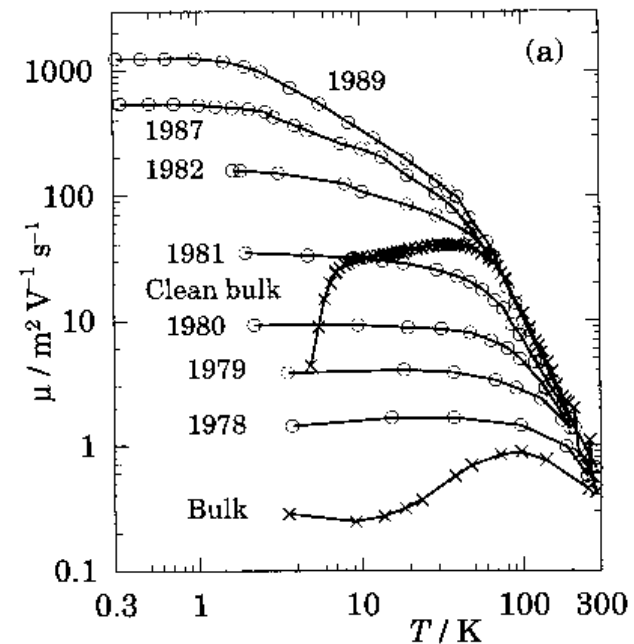
# Рассеяние на фононах

$$W_{nk',mk}(\mathbf{Q}) = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{2k_B T}{\hbar v_s Q} \frac{\hbar Q \Xi^2}{2\Omega \rho v_s} |F'_{nm}(q_z)|^2 \delta_{\mathbf{k}', \mathbf{k}+\mathbf{q}} \delta[\varepsilon(\mathbf{k}+\mathbf{q}) - \varepsilon(\mathbf{k})]$$

$$\frac{1}{t} = \sum_{k,k',q_z} W_{nk',mk}(\mathbf{Q}) = \sum_{k,k'} W_{k,k'} \sum_{q_z} |F'_{nm}(q_z)|^2 \rightarrow \frac{L}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F'_{nm}(q_z)|^2 dq_z = L \int_{-\infty}^{\infty} |u_n(z)|^2 |u_m(z)|^2 dz$$

$$W_{\mathbf{k}, \mathbf{k}+\mathbf{q}} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{1}{A} \frac{k_B T \Xi^2}{\rho v_s^2} \frac{3b}{16} \delta[\varepsilon(\mathbf{k}+\mathbf{q}) - \varepsilon(\mathbf{k})]$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{3mbk_B T \Xi^2}{16\rho v_s^2 \hbar^3}$$





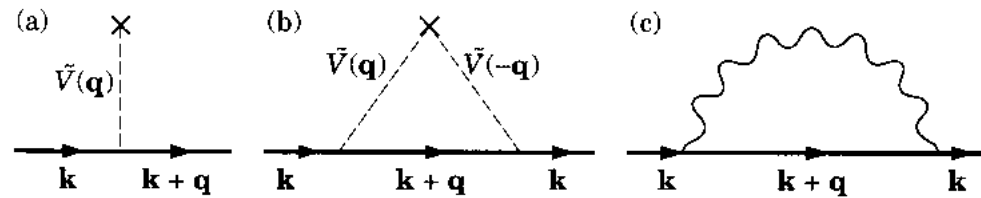
# Понятие о собственной-энергии

$$\bar{\Sigma}(\mathbf{k}) \equiv \Delta\varepsilon(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{q}, \mathbf{q} \neq \mathbf{0}} \frac{|\tilde{V}(\mathbf{q})|^2}{\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{q})} \quad \Gamma(\mathbf{k}) \equiv \frac{\hbar}{\tau_i} = 2\pi \sum_{\mathbf{q}} |\tilde{V}(\mathbf{q})|^2 \delta[\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{q})]$$

$$\Sigma = \bar{\Sigma} - \frac{1}{2}i\Gamma = \sum_{\mathbf{q}} |\tilde{V}(\mathbf{q})|^2 \left\{ \mathcal{P} \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{q})} - i\pi \delta[\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{q})] \right\} = \sum_{\mathbf{q}} \frac{|\tilde{V}(\mathbf{q})|^2}{\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{q}) + i0_+}$$

$$\Psi(t) \propto \exp\left(-\frac{i[\varepsilon(\mathbf{k}) + \Sigma(\mathbf{k})]t}{\hbar}\right) = \exp\left(-\frac{i[\varepsilon(\mathbf{k}) + \bar{\Sigma}(\mathbf{k})]t}{\hbar}\right) \exp\left(-\frac{\Gamma(\mathbf{k})t}{2\hbar}\right)$$

# Понятие о диаграммах



$$\tilde{V}^*(\mathbf{q}) = \tilde{V}(-\mathbf{q})$$

$$\Sigma(\mathbf{k}, E) = \sum_{\mathbf{q}} \tilde{V}(-\mathbf{q}) \frac{1}{E - \varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{q}) + i0_+} \tilde{V}(\mathbf{q})$$