Наноструктуры в магнитном поле

1. **Уровни Ландау**
2. **Свободные электроны в скрещенных полях.**
3. **Краевые состояния**

Калибровка Ландау

В теории поля вводится обобщенный импульс, с помощью которого описывается движение заряженных частиц в магнитном поле B.

$$\vec{P}=\vec{p}+e\vec{A} \qquad \vec{P}=-\hbar\vec{\nabla} \qquad \vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A} \qquad E_{кин}=\frac{p^2}{2m}=\frac{1}{2m}\left(\vec{P}-e\vec{A}\right)^2$$

$$\vec{B}(0,0,B)\parallel z \qquad \boxed{\vec{A}(0,-Bx,0)\parallel y} \qquad E_{кин}=\frac{p_x^2}{2m}+\frac{p_z^2}{2m}+\frac{1}{m}\left(p_y+eBx\right)^2$$

Уравнение Ландау

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\chi(x)+\left(p_y+eBx\right)^2\chi(x)=E_n\chi(x)$$

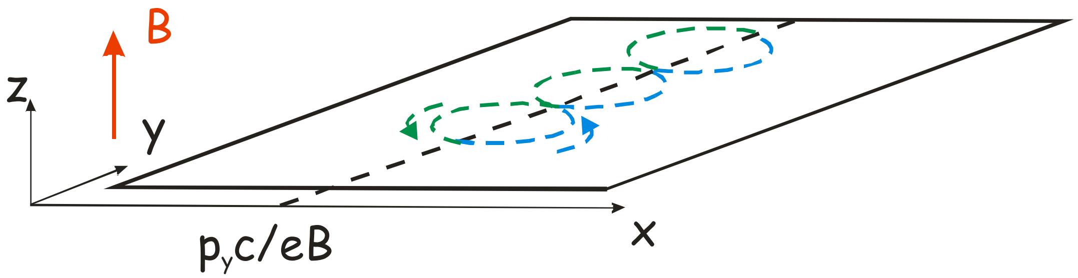
Правило квантования Бора-Зомерфельда

$$\frac{1}{2\pi\hbar}\oint p\,dx=n+\frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2}p_nR_c=(n+\frac{1}{2})\hbar$$

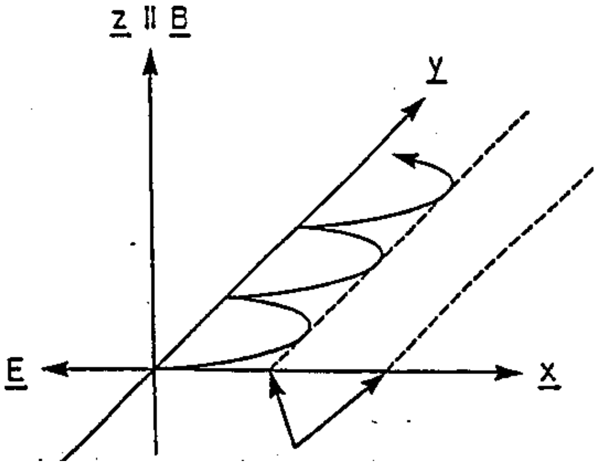
2-й закон Ньютона

$$\frac{p_n^2}{mR_c}=\frac{eBp_n}{m}\Rightarrow R_c=\frac{p_n}{eB}$$

$$\boxed{E_n=\frac{p_n^2}{2m}=(n+\frac{1}{2})\hbar\omega_c}$$



Скрещенные поля



$$\mathcal{H} = \frac{(p+eA)^2}{2m^*} + eE.r$$

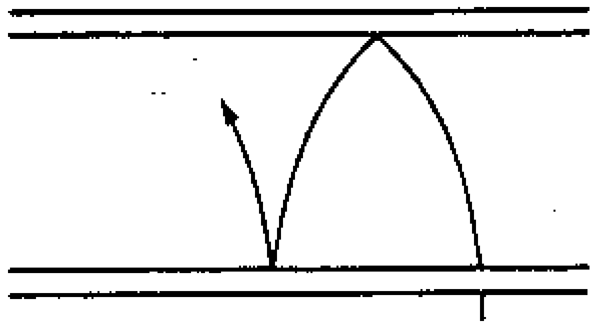
$$= \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{p_z^2}{2m^*} + \frac{p_y^2 + 2ep_yBx + e^2B^2x^2}{2m^*} - eEx$$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{m^*\omega_c^2}{2}(x - X_0)^2 - eEX_0 + \frac{m^*v_d^2}{2} + \frac{\hbar^2k_z^2}{2m^*}\right)\phi(x) = \epsilon\,\phi(x)$$

$$X_0 = \frac{m^*E}{eB^2} - \frac{\hbar k_y}{eB} \qquad m^*v_d^2/2 = m^*E^2/2B^2$$

$$\epsilon_n = (n+1/2)\hbar\omega_c + m^*v_d^2/2 - eEX_0(k_y)$$

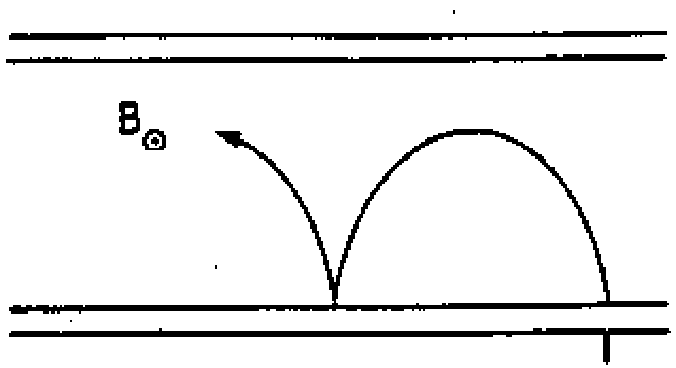
Тонкие пленки в планарном магнитном поле



$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m_*} + \frac{\hat{p}_z^2}{2m_*} + \frac{1}{2m_*}\left(\hat{p}_y - eBz\right)^2 + U(z)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m_*}\frac{d^2\varphi}{dz^2} + \left[\frac{1}{2m_*}\left(p_y - eBz\right)^2 + U(z)\right]\varphi = E_z(p_y)\varphi$$

$$E = \frac{p_x^2}{2m_*} + E_z\left(p_y\right)$$



Орбитальный и диамагнитный эффекты

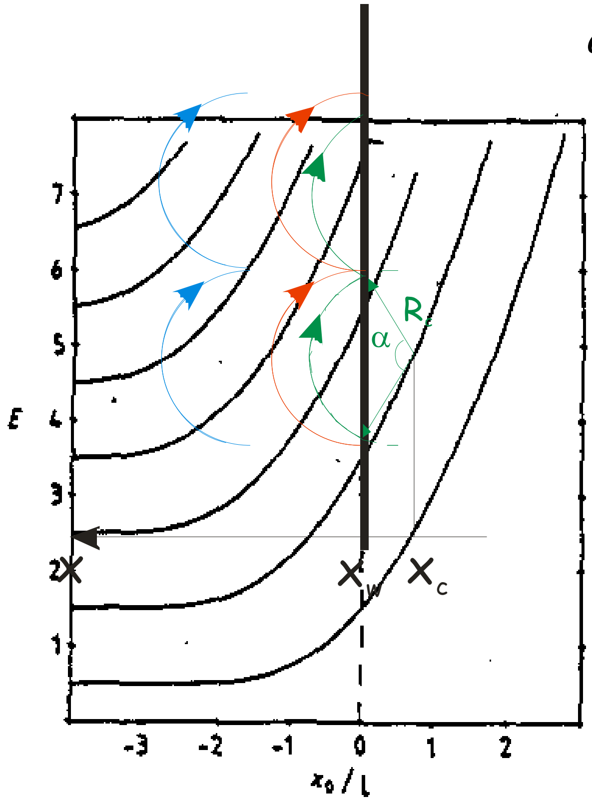
$$V = \frac{e^2B^2}{2m_*}z^2 - \frac{p_y eB}{m_*}z \qquad E_n^{(1)} = E_n + \langle V \rangle = E_n + \frac{e^2B^2}{2m_*}\langle z^2 \rangle - \frac{p_y eB}{m_*}\langle z \rangle$$

$$\vec{K} = \vec{p} \times \vec{r} \qquad \vec{M} = \gamma\vec{K} \qquad \gamma = \frac{e}{m_*}$$

$$U_{orb} = \left(\vec{M},\vec{B}\right) = \gamma\left(\vec{p},\vec{r},\vec{B}\right) = -\frac{p_y eB}{m_*}\langle z \rangle$$

$$U_{dia} = \frac{e^2B^2}{2m_*}\langle z^2 \rangle$$

Краевые состояния



$$\alpha = 2\arccos\left(\frac{\Delta x}{R_c}\right) \qquad \frac{1}{\pi} p_n R_c \arccos\left(\frac{\Delta x}{R_c}\right) = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar$$

$$E_n(x_c) = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{1}{2\pi}\left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c \arccos^{-1}\left(\frac{\Delta x}{R_c}\right)$$