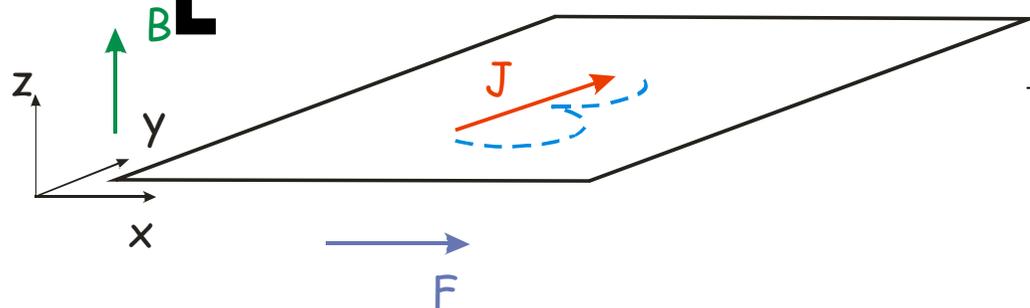




Квантовый эффект Холла

1. Эффект Холла.
2. Эффект Холла с учетом квантования. Эксперимент.
3. Модель резервуара.
4. Модель делокализованных состояний. Модель Лафлина.
5. Краевые состояния.

Эффект Холла



$$\frac{m\vec{v}_d}{\tau} = e\vec{F} + \frac{e}{c}[\vec{v}_d \times \vec{B}]$$

$$\omega_c = \frac{eB}{mc}$$

$$v_{dy} = -v_{dx}\omega_c\tau \quad v_{dx} = \frac{eF\tau}{m(1 + \omega_c^2\tau^2)}$$

$$j_x = \sigma_{xx}F = env_{dx}$$

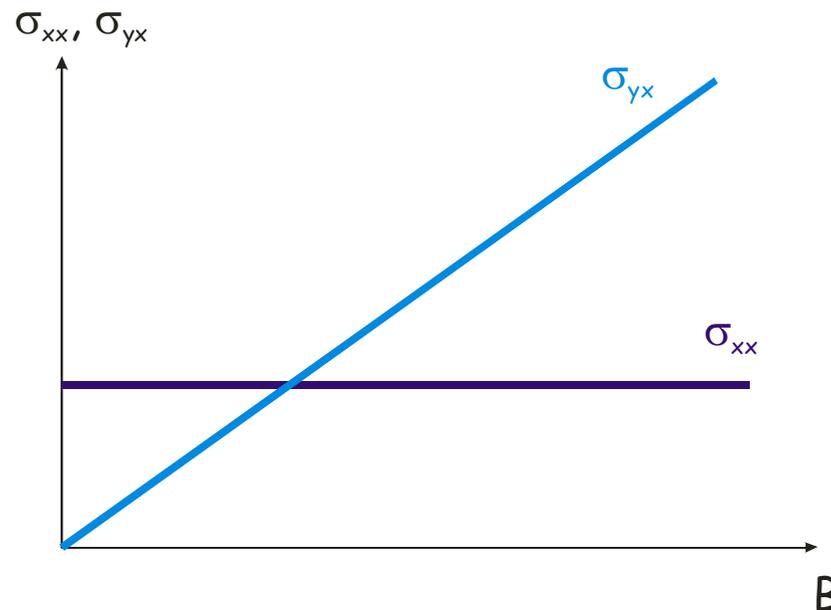
\Rightarrow

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2n\tau}{m(1 + \omega_c^2\tau^2)}$$

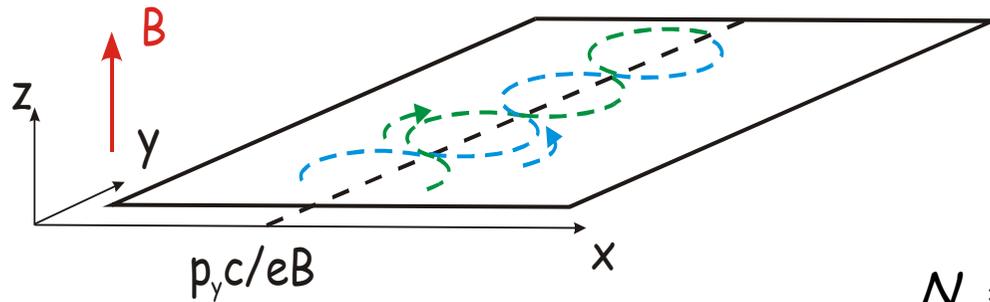
$$j_y = \sigma_{yx}F = env_{dy}$$

$$\sigma_{yx} = \frac{e^2n\omega_c\tau^2}{m(1 + \omega_c^2\tau^2)}$$

Слабое магнитное поле $\omega_c\tau \ll 1$



Вырождение уровней Ландау



$$\frac{\Delta p_y c}{eB} = L_x$$

$$N_c = \frac{\Delta p_y L_y}{2\pi\hbar}$$

$$N_c = \frac{eBS}{2\pi\hbar c} = \frac{S}{2\pi l_c^2}$$

$$N_c = \frac{eBS}{2\pi\hbar c} = \frac{\Phi}{\Phi_0}$$

$$\Phi_0 = \frac{hc}{e} \quad - \text{квант магнитного потока}$$

$$l_c = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}} \quad - \text{магнитная длина}$$

$$\nu = \frac{N}{N_c} = \frac{chn}{eB} = 2\pi l_c^2 n \quad - \text{заселенность уровней Ландау}$$

При целочисленном ν плотность состояний на уровне Ферми равна 0

Квантовый эффект Холла

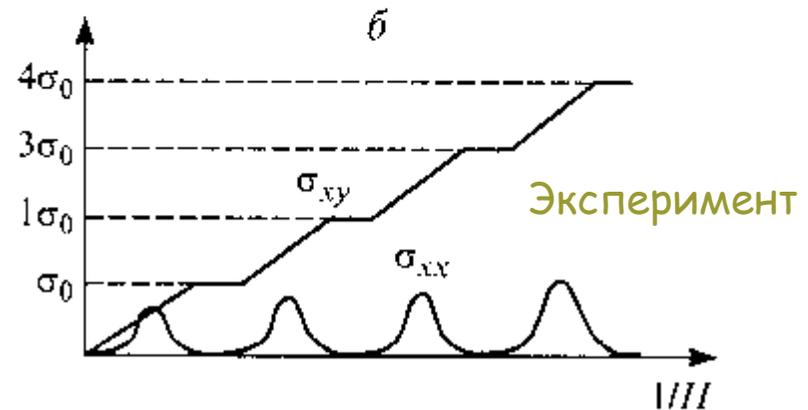
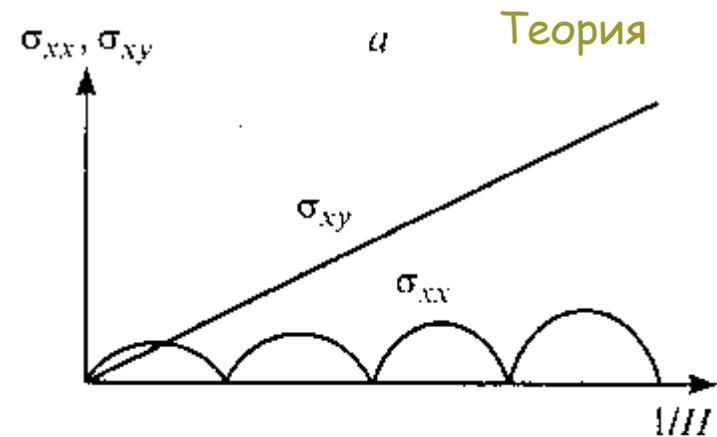
Сильное магнитное поле $\omega_c \tau \gg 1$

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2 n \tau}{m(1 + \omega_c^2 \tau^2)} \approx \frac{e^2 n}{m \omega_c^2 \tau} = \frac{e^2}{h \omega_c \tau} \nu$$

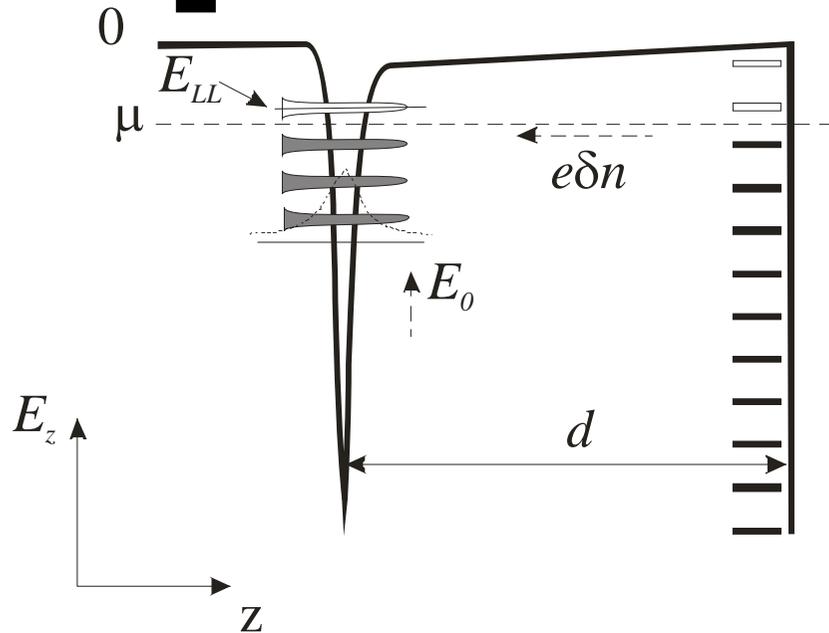
$$\sigma_{xy} = \frac{e^2 n \omega_c \tau^2}{m(1 + \omega_c^2 \tau^2)} \approx \frac{e^2 n}{m \omega_c} = \frac{e^2}{h} \nu$$

При $\nu = M \in \mathbb{N}$, $1/\tau \rightarrow 0$ и $\sigma_{xx} = 0$, а

$$\sigma_{xy} = M \sigma_0 = \frac{2Me^2}{h}$$



Модель резервуара



$$\delta\omega_c = \frac{e\delta B}{mc}$$

$$\delta E_{LL} = \delta E_0 + (N + 1/2)\hbar\delta\omega_c$$

$$\delta E_0 = \frac{e^2\delta n}{C}$$

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0}{d}$$

$$\delta n = v\delta n_c = 2Ng_{2D}\hbar\delta\omega_c$$

$$\frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_{LL}}{\partial \omega_c} = \frac{2e^2Ng_{2D}}{C} + N + 1/2$$

Для замкнутой двумерной системы $n = \text{const}$, $d \rightarrow \infty$ и

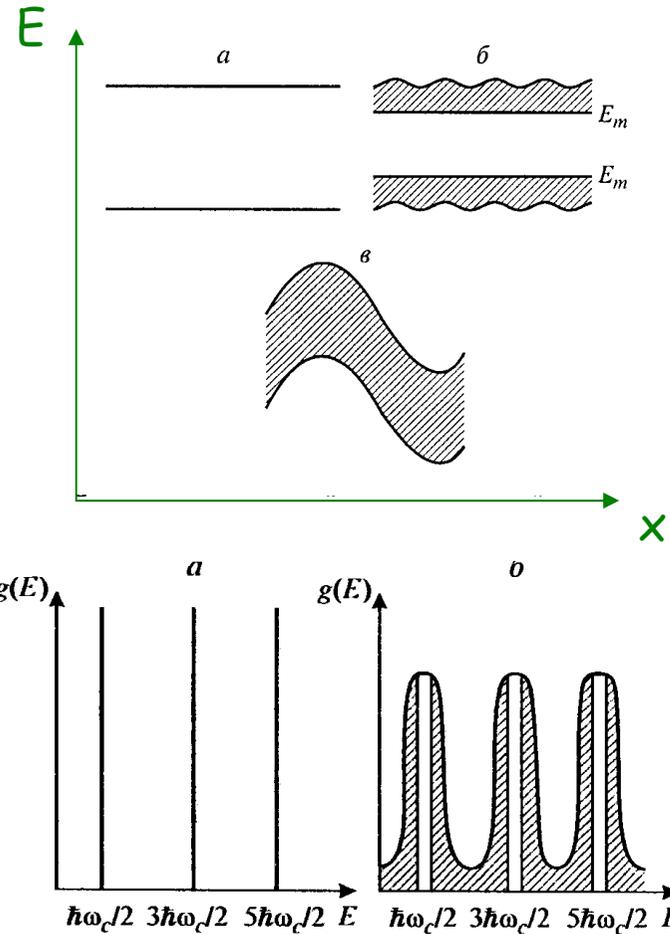
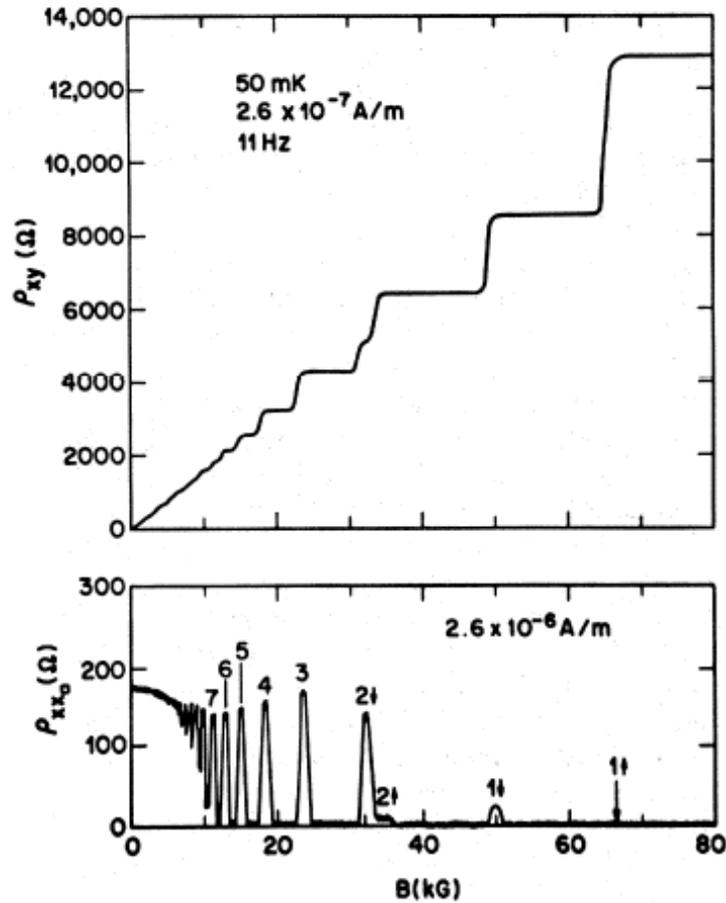
$$\frac{\partial E_{LL}}{\partial \omega_c} \rightarrow \infty$$

Для двумерной системы с резервуаром производная конечна и ширина плато не нулевая.

Однако между плато

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{h} \nu = \frac{ce\nu}{B}$$

Эксперимент в ультра низких температурах



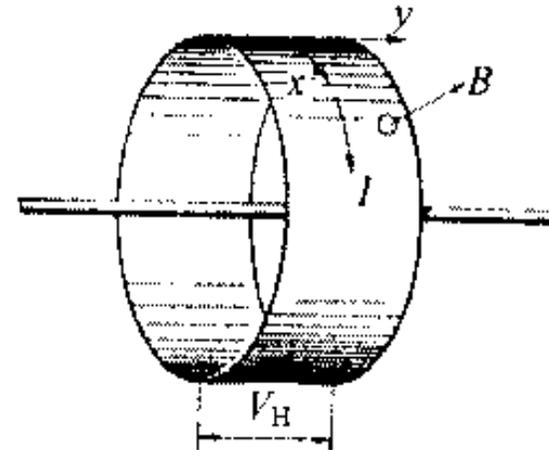
Эксперимент показал, что при $T = 50$ мК локализовано 95% состояний

Модель Лафлина

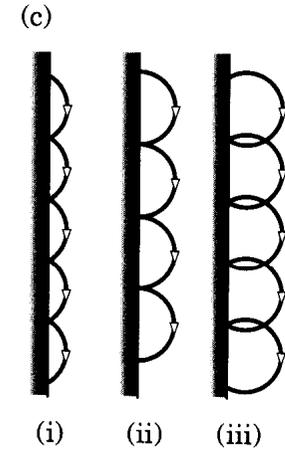
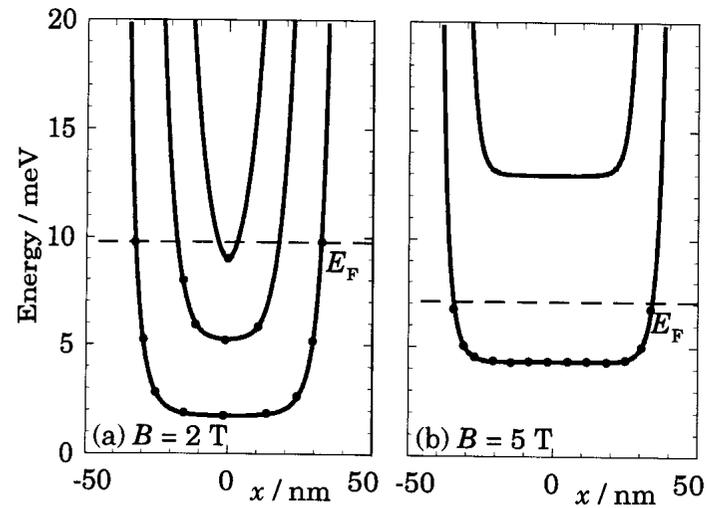
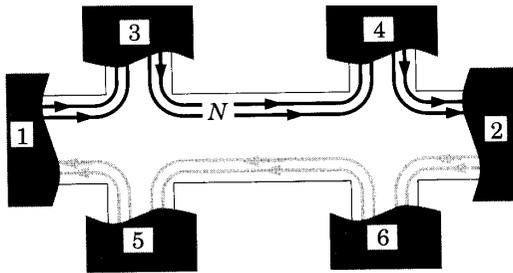
$$A_\varphi = \frac{\Phi}{2\pi R} \quad I = \frac{\delta F}{\delta \Phi} \quad I = \frac{1}{2\pi R} \frac{\partial F}{\partial A}$$

$$A_\varphi^{(j)} = A_\varphi^{(j)} - \frac{1}{R} \frac{\partial \Lambda^{(j)}}{\partial \varphi^{(j)}} \quad \Lambda^{(j)} = \frac{\kappa \Phi_0}{2\pi} \varphi^{(j)}$$

$$\delta F = NqV_H \quad I = \frac{\Delta F}{\Delta \Phi} = \frac{Nq^2 V_H}{h} \quad R_H = \frac{1}{N} \frac{h}{q^2}$$



Краевые состояния



$$\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi_4 = -V_1$$

$$\varphi_2 = \varphi_6 = \varphi_5 = 0$$

$$J_1 = -\frac{e^2}{h} V_1$$

$$J = \sum_1^N J_i = -\frac{e^2}{h} N V_1 = \frac{e^2}{h} N (\varphi_6 - \varphi_4)$$