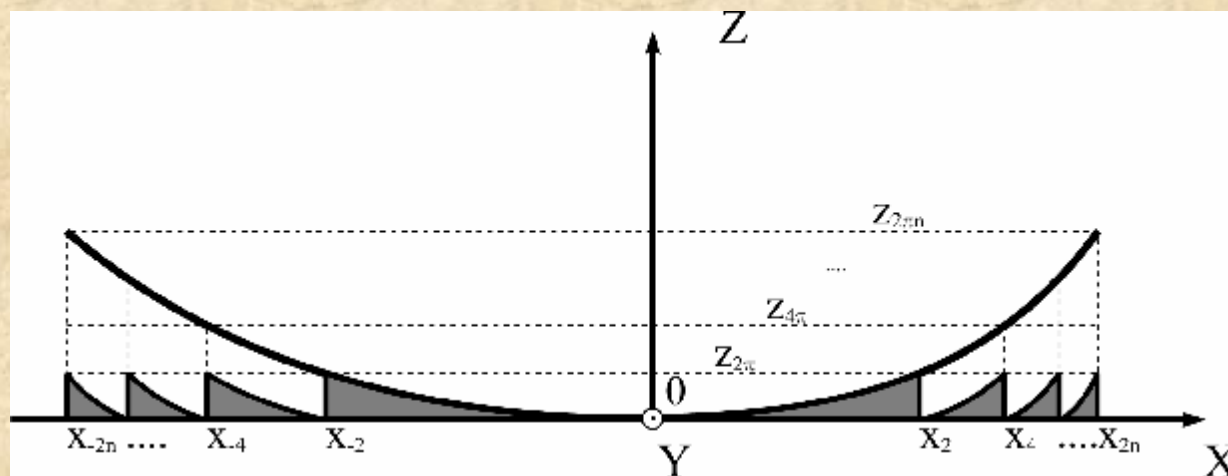


Дифракционная оптика скользящего падения

$$z = \frac{(x \sin q)^2}{4 \sin q (f - x \cos q)}$$

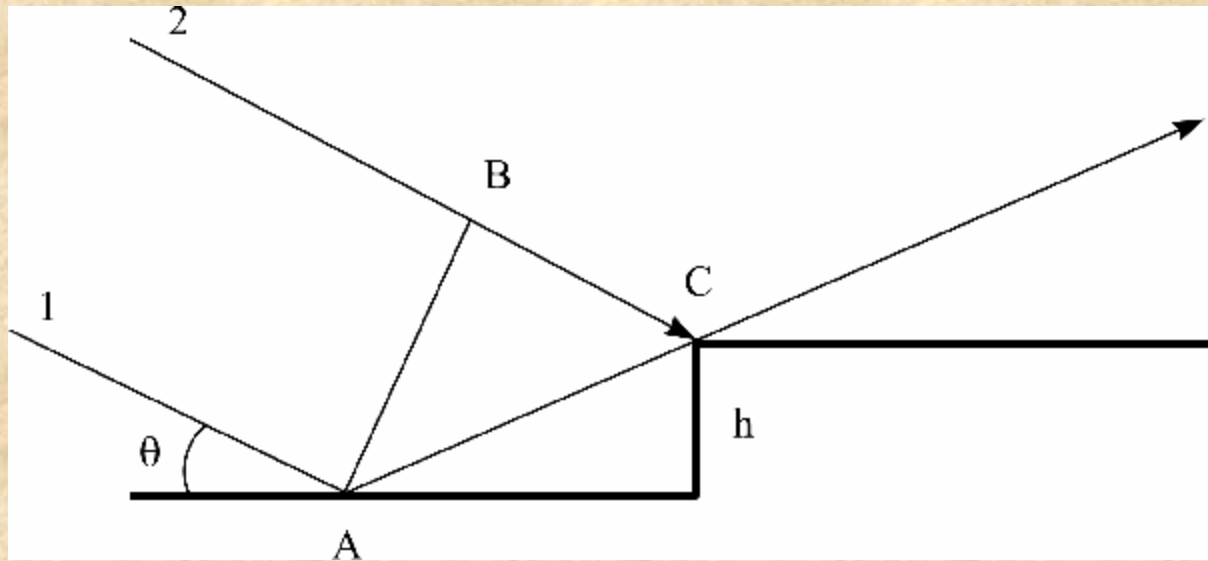


$$\frac{(x_{2n} \sin q)^2}{f - x_{2n} \cos q} = 2nl$$

Дифракционная оптика скользящего падения

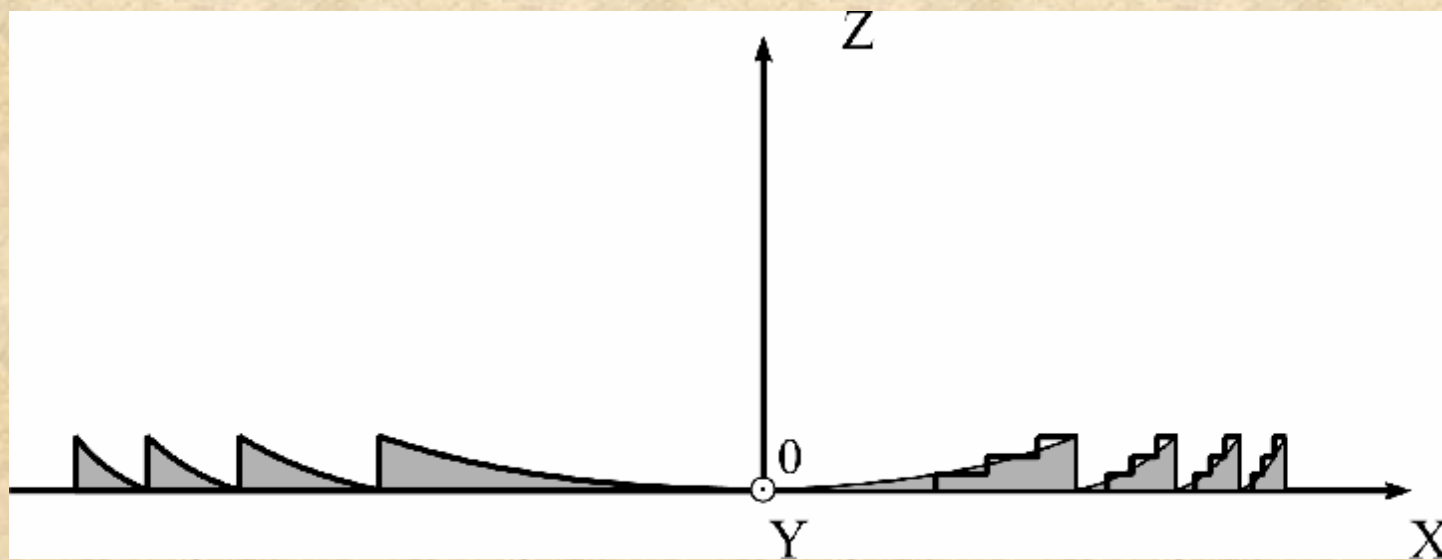
$$\Delta_{12} = AC - BC = \frac{h}{\sin q} - \frac{h}{\sin q} \cos 2q = 2h \sin q$$

$$\Delta j = k\Delta_{12} = \frac{2p}{l} h_{2p} 2 \sin q = 2p \Rightarrow h_{2p} = \frac{l}{2 \sin q}$$



$$h_{2p} = \frac{l}{2 \sin q}$$

Дифракционная оптика скользящего падения



Идея дискретной Френелевской линзы скользящего падения состоит в аппроксимации профиля киноформной зонной пластинки некоторой ступенчатой функцией, обеспечивающей дискретную модуляцию фазы падающей волны в интервале от 0 до 2π с шагом $\Delta j = 2\pi/J$, где J - число ступеней или уровней градации фазы

Такая модуляция в оптике видимого диапазона получила название - «квантование фазы».

Дифракционная оптика скользящего падения

$$E(P) = -A \sqrt{\frac{i}{l}} \frac{e^{-ik(l+d)}}{\sqrt{ld(l+d)}} \int_{-t_n}^{t_n} F(t) e^{-\frac{ik}{2f}t^2} dt$$

$$t^2 = (x \sin q)^2 / \left(1 - \frac{x \cos q}{l} \right) \left(1 + \frac{x \cos q}{d} \right)$$

$$t_n^2 = fnl$$

$$t^2 = u ; t dt = du / 2 ; dt = du / 2 \sqrt{u} .$$

Дифракционная оптика скользящего падения

$$F(u) = \sum_m c_m e^{i2pmu/g} \qquad c_m = \frac{1}{g} \int_0^g F(u) e^{-i2pmu/g} du$$

$$\begin{aligned} E(P) &= -A \sqrt{\frac{i}{l}} \frac{e^{-ik(l+d)}}{\sqrt{ld(l+d)}} 2 \int_0^{u_n} \sum_m c_m e^{i2pmu/g} e^{-\frac{ik}{2f}u} \frac{du}{2\sqrt{u}} = \\ &= -A \sqrt{\frac{i}{l}} \frac{e^{-ik(l+d)}}{\sqrt{ld(l+d)}} 2 \sum_m c_m \int_0^{u_n} e^{i2p\frac{u}{g}(m-1)} \frac{du}{2\sqrt{u}} \end{aligned}$$

Дифракционная оптика скользящего падения

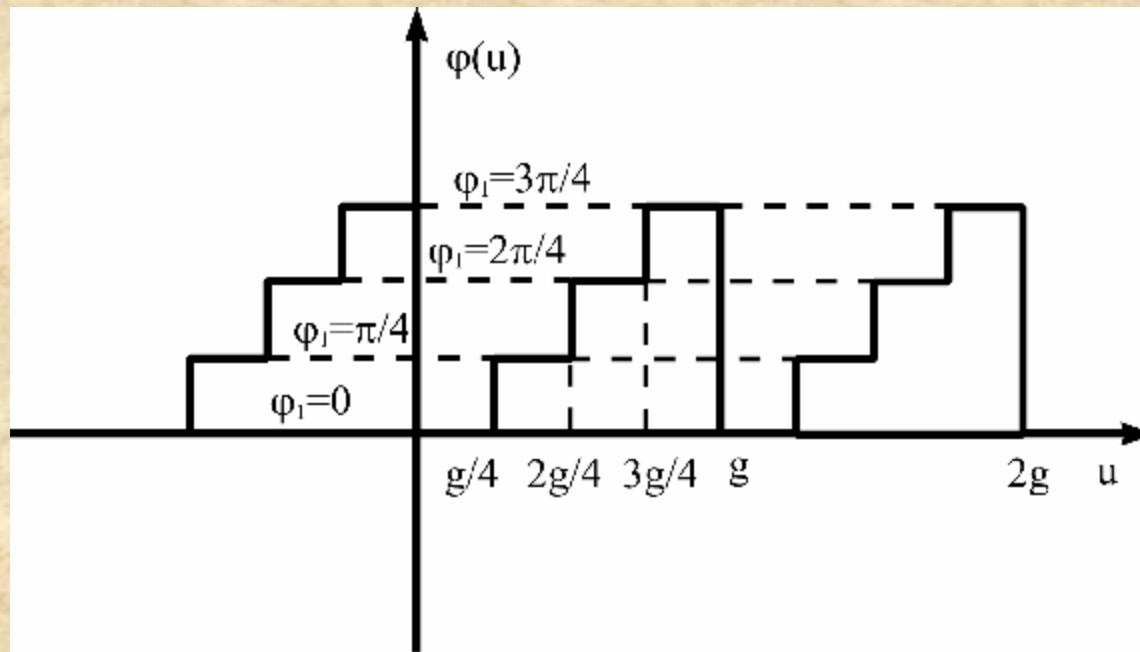
$$E|_{m=1} = -A \sqrt{\frac{i}{l}} \frac{e^{-ik(l+d)}}{\sqrt{ld(l+d)}} 2c_1 \sqrt{u} \Big|_0^{fNl} = -A \sqrt{\frac{i}{l}} \frac{e^{-ik(l+d)}}{\sqrt{ld(l+d)}} \times \\ \times 2c_1 \sqrt{\frac{ld}{(l+d)} Nl} = -\frac{\sqrt{i} A e^{ik(l+d)}}{(l+d)} c_1 \sqrt{N}$$

Множитель $A e^{-ik(l+d)} / (l+d)$ представляет собой сферическую волну, прошедшую расстояние $(l+d)$ от плоскости источника до плоскости изображения в отсутствии линзы.

$$I|_{m=1} = 4N |c_1|^2 I_0$$

Дифракционная оптика скользящего падения

Вычислим теперь Фурье-коэффициенты c_m для дискретной Френелевской линзы скользящего падения. Так как рельеф ДФЛСП осуществляет только фазовую модуляцию падающего излучения, то ее функция пропускания может быть представлена в виде $F(u) = e^{ij(u)}$. Пусть ДФЛСП имеет J уровней, и волна, отраженная от самого нижнего уровня, имеет случайную фазу j_1



Дифракционная оптика скользящего падения

$$\begin{aligned}
 c_m &= \int_0^{g/J} e^{i\left(j_1+0\frac{2p}{J}\right)} e^{-i2pmu/g} d(u/g) + \dots + \int_{ig/J}^{(j+1)g/J} e^{i\left(j_1+j\frac{2p}{J}\right)} e^{-i2pmu/g} d(u/g) + \dots = \\
 &= \sum_{j=0}^{J-1} e^{i\left(j_1+j\frac{2p}{J}\right)} \frac{e^{-i2pmu/g} \Big|_{ig/J}^{(j+1)g/J}}{-2pim} = \sum_{j=0}^{J-1} \frac{e^{ij_1}}{-2pim} e^{i\frac{2p}{J}j} \left[e^{-i2pm(j+1)/J} - e^{-i2pmj/J} \right] = \\
 &= \frac{e^{ij_1}}{-2pim} \sum_{j=0}^{J-1} e^{i\frac{2p}{J}j} e^{-i2pmj/J} \left[e^{-i2pm/J} - 1 \right] = \\
 &= \frac{e^{ij_1} e^{-ipm/J}}{-2pim} \left[e^{-ipm/J} - e^{i2pm/J} \right] \sum_{j=0}^{J-1} e^{i\frac{2p}{J}j(1-m)} = \\
 &= e^{ij_1} e^{-ipm/J} \frac{\sin\left(\frac{pm}{J}\right)}{pm} \sum_{j=0}^{J-1} e^{i\frac{2p}{J}j(1-m)}.
 \end{aligned}$$

Дифракционная оптика скользящего падения

$$\sum_{n=0}^N r^n = (1 - r^{N+1}) / (1 - r)$$

$$c_m = e^{ij_1} e^{-ipm/J} \frac{\sin\left(\frac{pm}{J}\right) 1 - e^{i2p(1-m)}}{pm \left(1 - e^{i\frac{2p}{J}(1-m)}\right)}$$

Отметим, что числитель в (3.17) обращается в 0 для любых порядков дифракции m . Но и знаменатель в (3.17) тоже обращается в 0 для каждого m , удовлетворяющего соотношению:

$$(1-m)/J = a \text{ или } m = 1-aJ,$$

Дифракционная оптика скользящего падения

где a - любое целое число ($a = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), образуя, таким образом, неопределенность вида $0/0$. Это означает, что у ДФЛСП присутствуют только те порядки дифракции m , которые удовлетворяют соотношению (3.18). В частности, у 4-х и 6-ти уровневых ДФЛСП, разрешенными порядками дифракции являются:

$$1, -3, +5, -7, +9, \dots$$

$$1, -5, +7, -11, +13, \dots$$

$$c_m = e^{ij_1} e^{-ipm/J} \frac{\sin\left(\frac{pm}{J}\right)}{\frac{pm}{J}}.$$

Дифракционная оптика скользящего падения

$$|c_m|^2 = \left| \frac{\sin\left(\frac{pm}{J}\right)}{\frac{pm}{J}} \right|^2 \quad |c_1|^2 = 8/p^2$$

$$S_4 = \sum_{m=1,-3,5,-7,\dots} |c_m|^2 = \sum_m \left(\frac{8}{p^2} + \frac{8}{p^2} \frac{1}{9} + \frac{8}{p^2} \frac{1}{25} + \frac{8}{p^2} \frac{1}{49} + \dots \right) = \frac{8}{p^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2n+1} \right)^2$$

Сумма последнего ряда хорошо известна и равна $p^2/8$, то есть сумма квадратов коэффициентов разрешенных порядков равна 1.

Легко заметить, что при увеличении числа уровней J эффективность фокусировки стремится к 100%. Но при этом эффективность остальных порядков дифракции не просто стремится к 0, а в силу соотношения (3.18), увеличиваются номера разрешенных порядков дифракции с соответствующим уменьшением их эффективности.

Дифракционная оптика скользящего падения

$$J = 2 \rightarrow |c_1|^2 = 4/p^2 \cong 40\%,$$

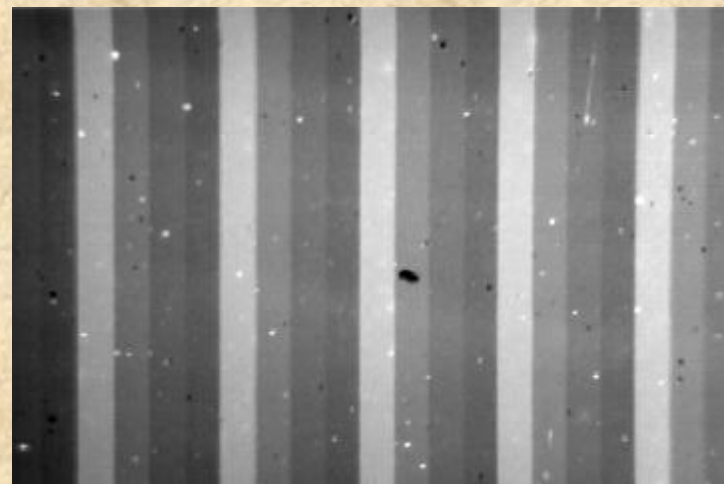
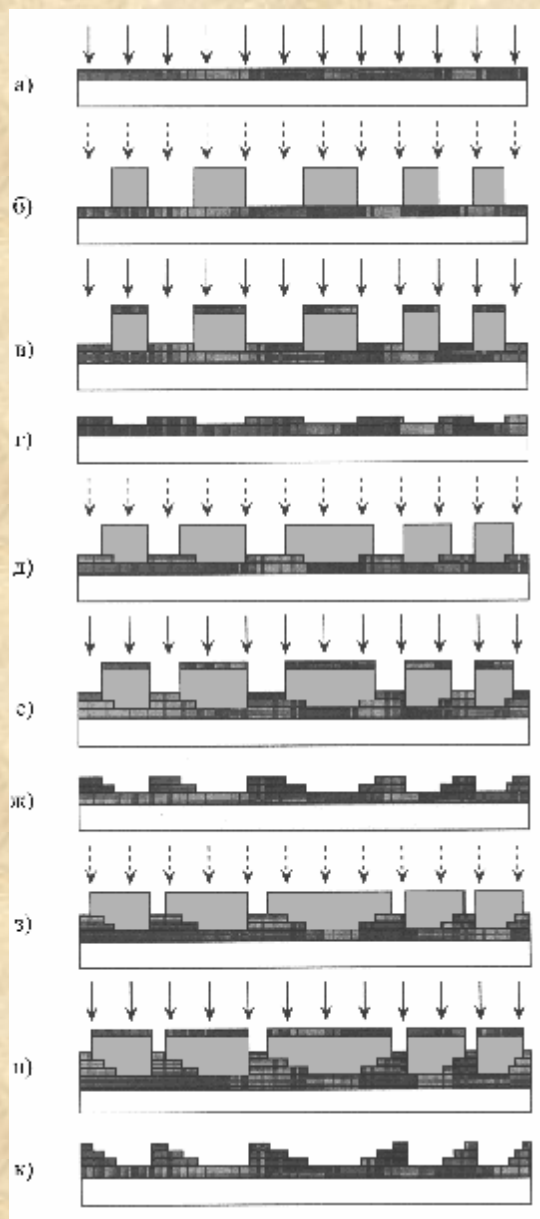
$$J = 4 \rightarrow |c_1|^2 = 8/p^2 \cong 81\%,$$

$$J = 6 \rightarrow |c_1|^2 = 9/p^2 \cong 91\%,$$

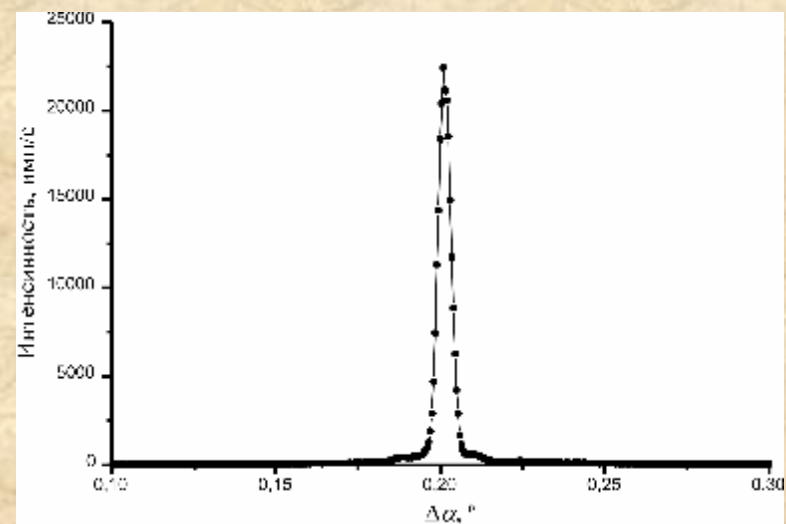
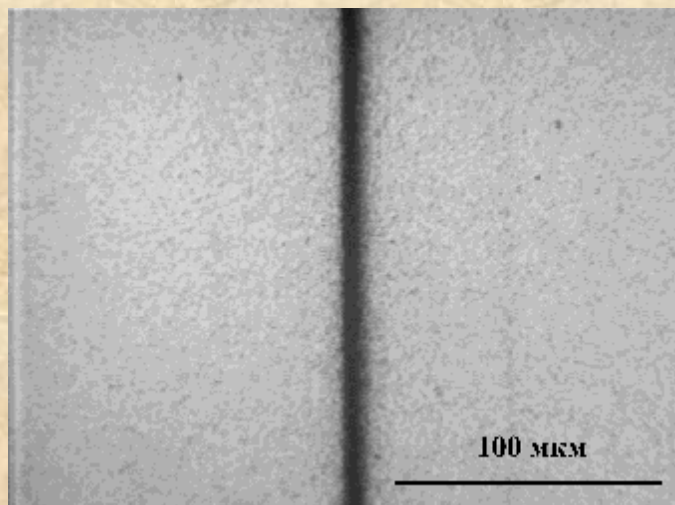
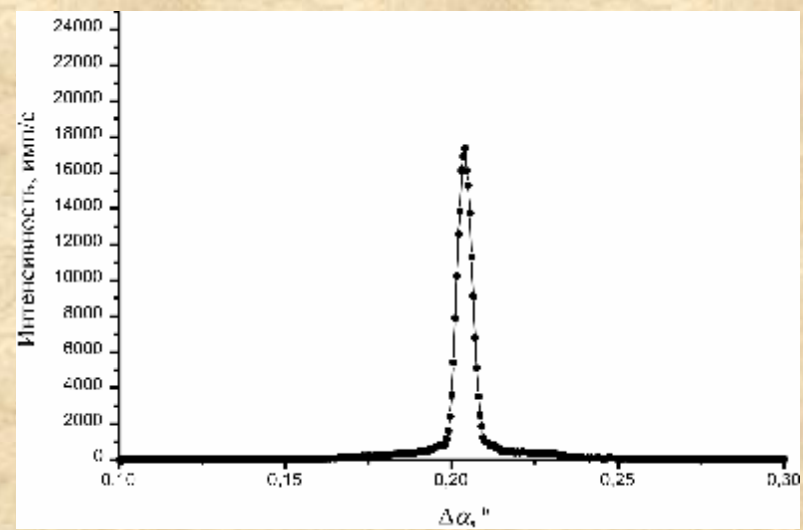
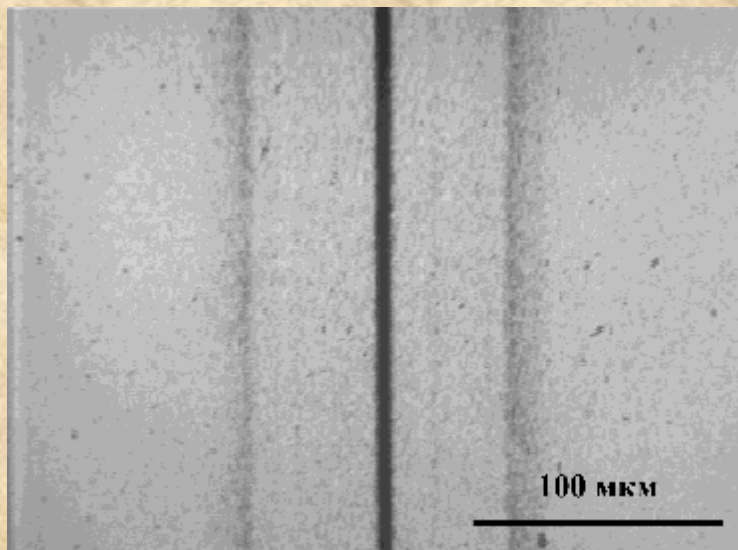
$$J = 8 \rightarrow |c_1|^2 \cong 9.37/p^2 \cong 95\%,$$

$$J = 10 \rightarrow |c_1|^2 \cong 9.549/p^2 \cong 97\%.$$

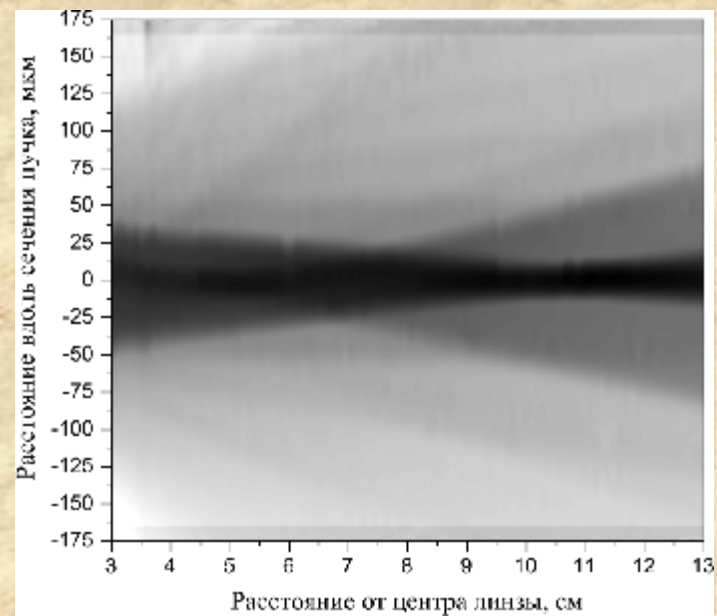
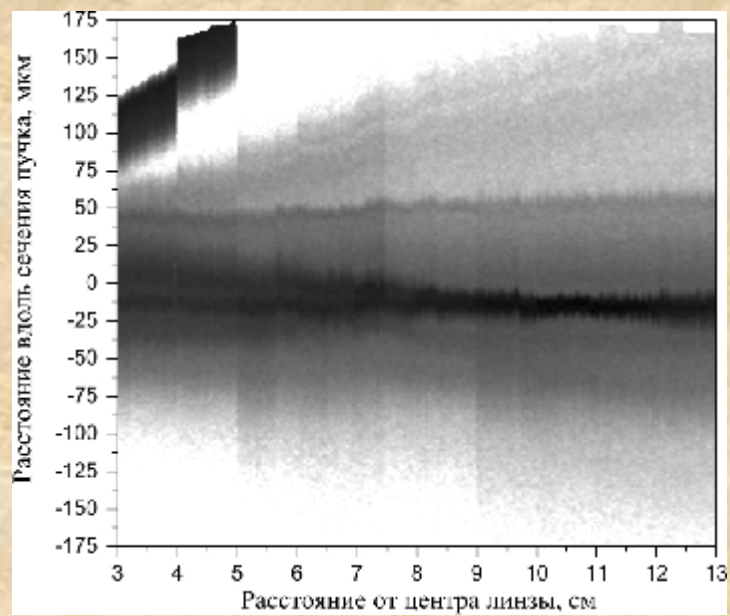
Дифракционная оптика скользящего падения



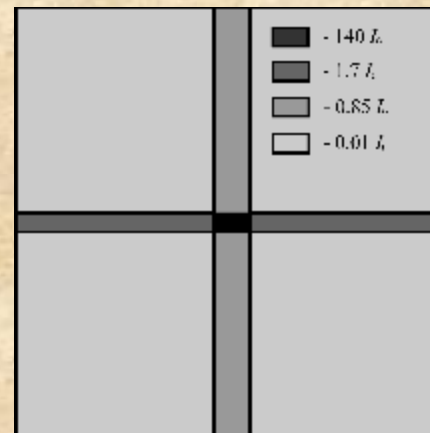
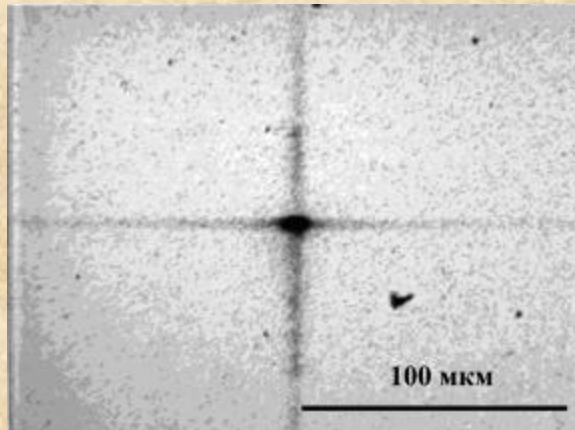
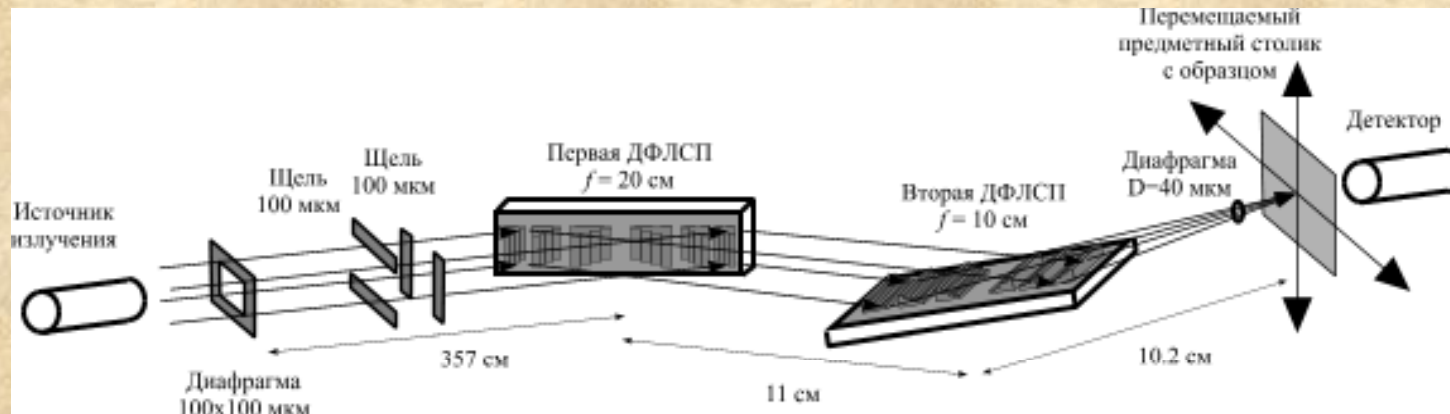
Дифракционная оптика скользящего падения



Дифракционная оптика скользящего падения



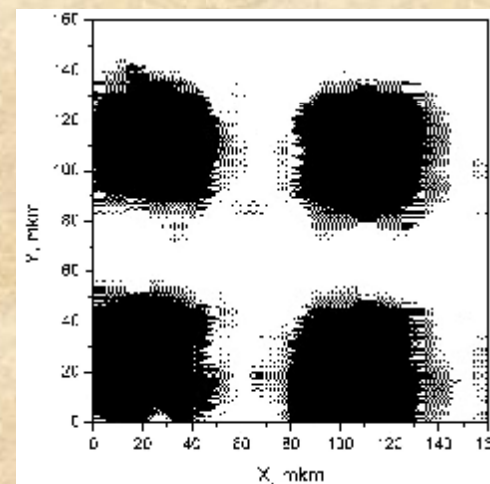
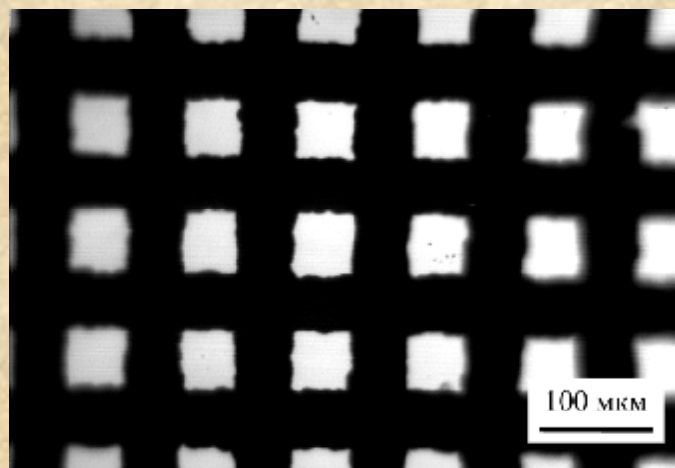
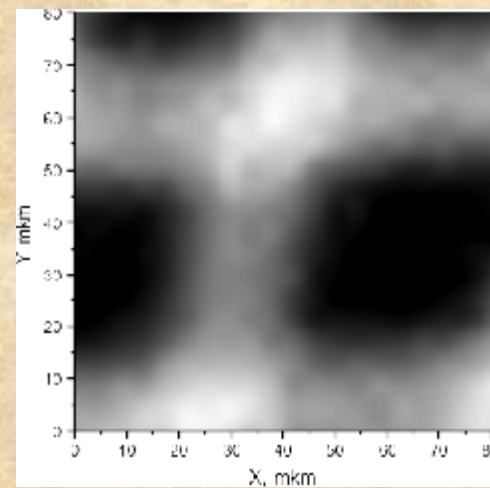
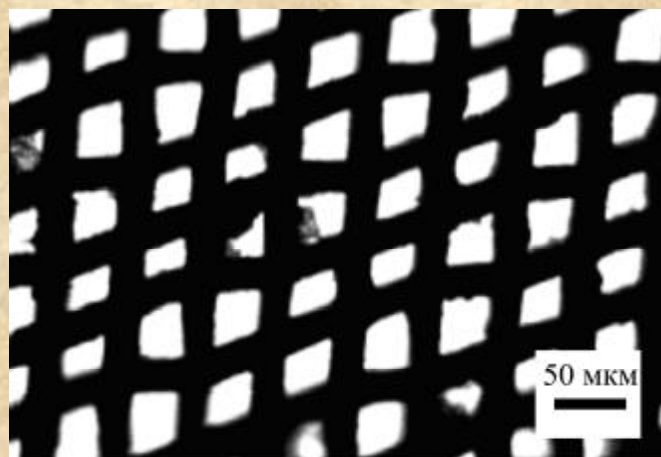
Дифракционная оптика скользящего падения



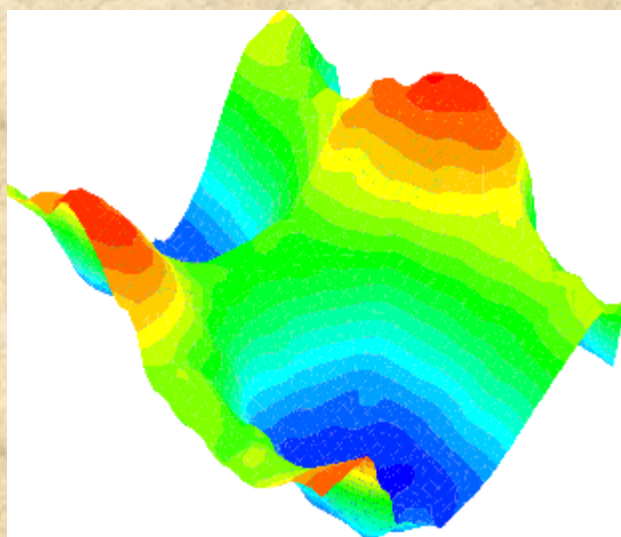
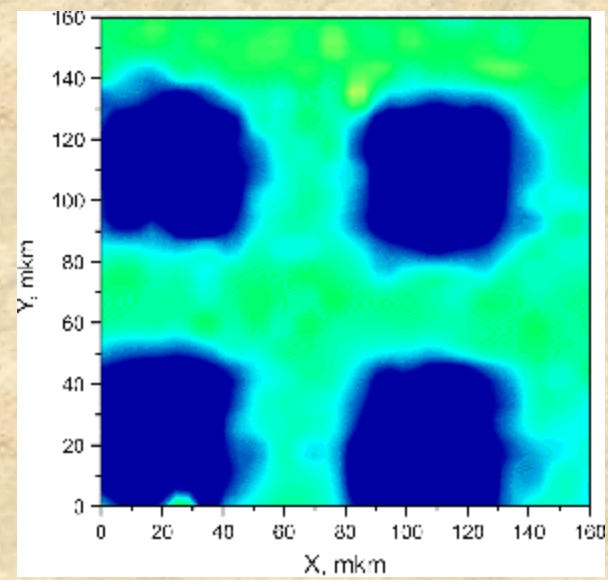
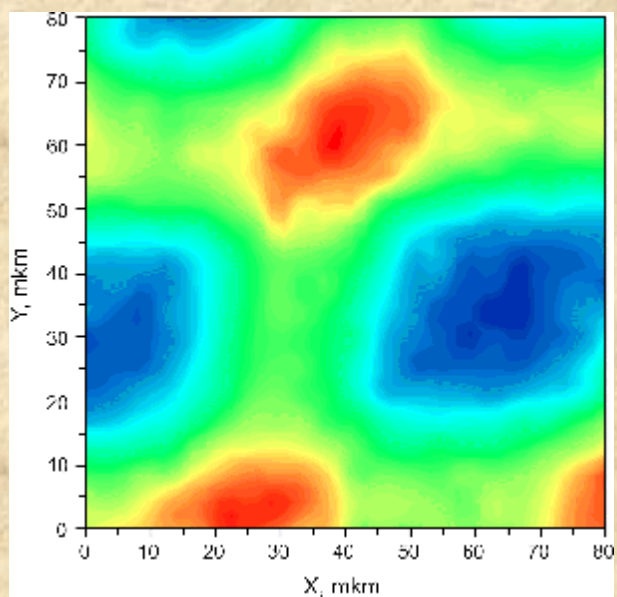
$$\begin{cases} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + \Delta} = \frac{1}{f_1} \\ \frac{1}{R_1 + \Delta} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{f_2} \end{cases}$$

$$I = |c_{1|1}|^2 |c_{1|2}|^2 m_1 m_2 I_0 \frac{A_1 A_2}{L_x L_h}$$

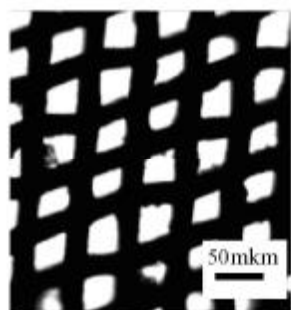
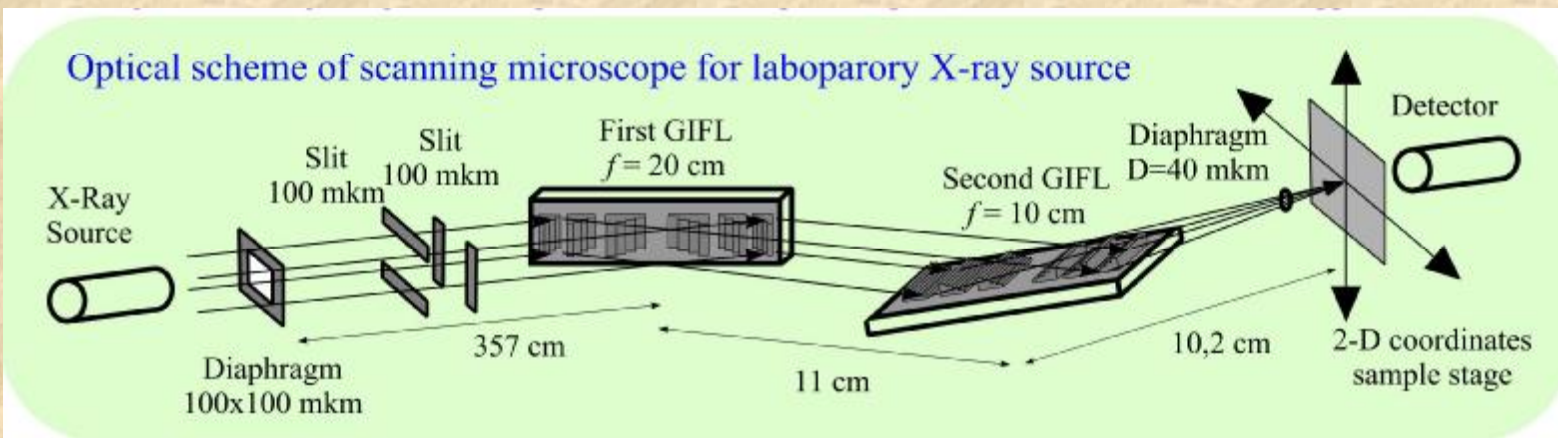
Дифракционная оптика скользящего падения



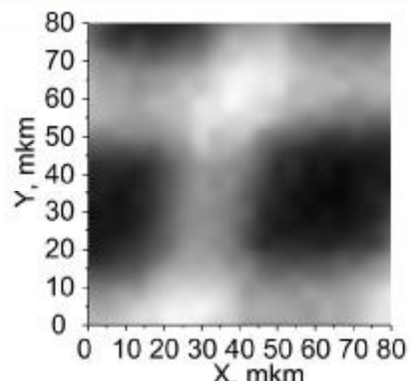
Дифракционная оптика скользящего падения



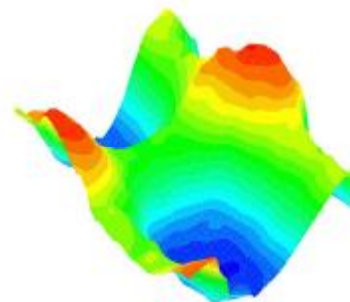
Дифракционная оптика скользящего падения



Optical image of test-object



X-ray image of test-object

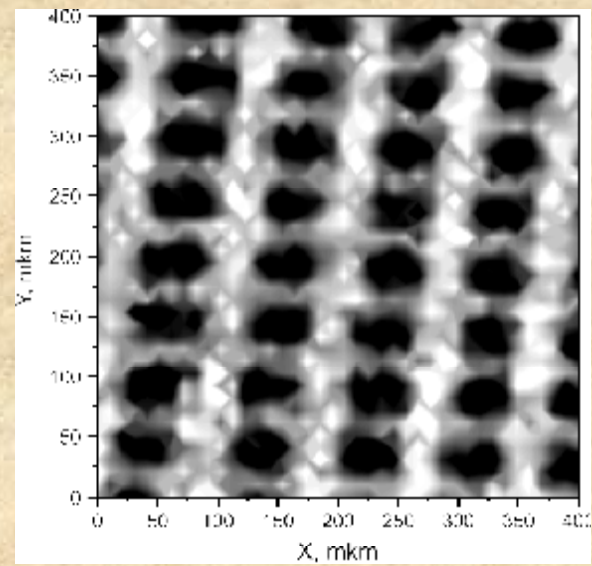
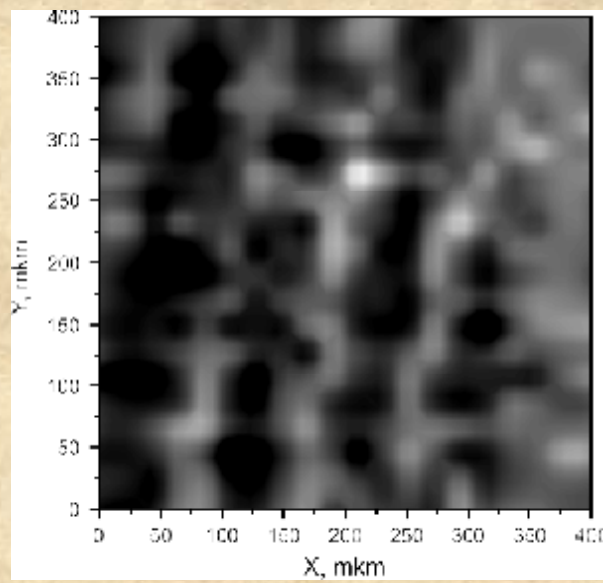


3-D reconstruction of test-object (from absorption)

Table 1: X-ray scanning microscope for laboratory source

characteristic	Present	Future
energy	8 keV	17 keV
spatial resolution	3x6 mkm ²	1x2 mkm ²
scanning area	1x1 cm ²	
scanning step	0,2 mkm	
exploitation mode:	transmission	transmission fluorescent microtomography

Дифракционная оптика скользящего падения



Дифракционная оптика скользящего падения

Дифракционная оптика скользящего падения

Дифракционная оптика скользящего падения

Дифракционная оптика скользящего падения